

Corrente, resistência e força eletromotriz.

★ Corrente elétrica.

Como vimos anteriormente, cargas elétricas em uma região com campo elétrico tendem a fluir no mesmo sentido do campo (para cargas positivas) ou no sentido contrário do campo (para cargas negativas). Assim como define-se que a intensidade com a qual um rio flui pelo seu canal é a correnteza do rio (ou corrente) $\Rightarrow$ parece adequado definirmos de forma semelhante a "correnteza elétrica" (corrente elétrica) como sendo a intensidade com a qual cargas elétricas fluem por algum canal.

Definição: A corrente elétrica I é definida por $I(t) = \frac{dq}{dt}$. *1

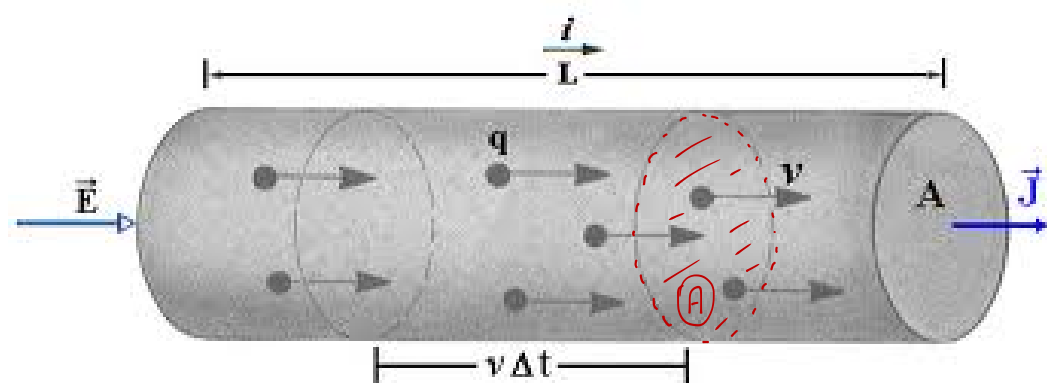
Onde $\frac{dq}{dt}$ corresponde à quantidade de carga que atravessa uma seção transversal de área A em um intervalo de tempo dt .

Obs: Utilizamos a definição infinitesimal $\frac{dq}{dt}$ em vez de $\Delta Q/\Delta t$ para trabalharmos com o caso mais geral de corrente variando no tempo.

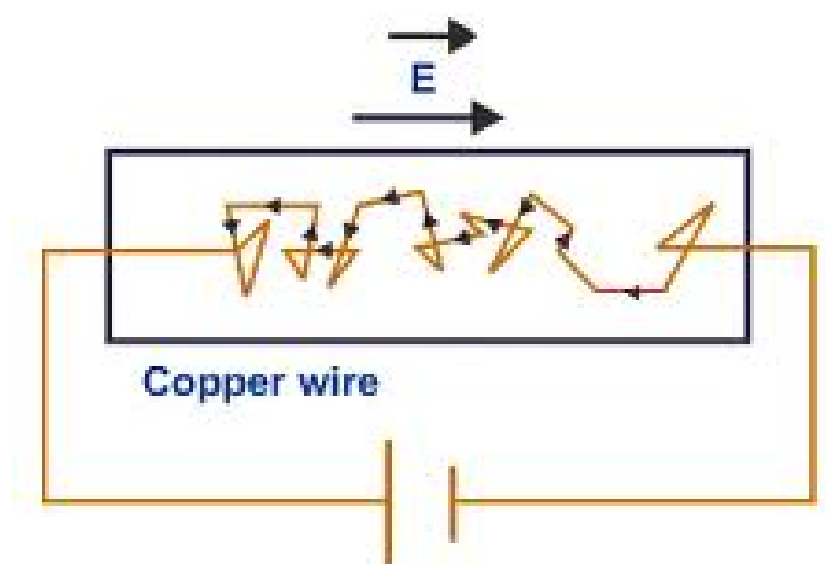
A relação *1, $(I = \frac{dq}{dt})$, é a mais utilizada nas salas de aulas e laboratórios de ensino pois refere-se ao efeito $\frac{dq}{dt}$ global de cargas fluindo através de algum canal (por um material sólido, por exemplo). Esta relação não contém nenhuma informação sobre o meio através do qual as cargas estão fluindo.

$\Rightarrow$ Podemos inserir informações do meio como segue:

Vamos considerar que cargas elétricas estão fluindo através de um material com área transversal A , como ilustrado na Fig. abaixo.



Em princípio a ação do campo $\vec{E}$ aceleraria as cargas tal que suas velocidades aumentariam indefinidamente com o tempo. Isso efetivamente ocorre no vácuo pois não há qualquer resistência à passagem das cargas. Em um sólido, no entanto, as cargas livres ao se moverem gozam-se com os átomos fixos; Como consequência perdem velocidade e mudam o sentido de propagação - como ilustramos abaixo.



Desta forma, como as cargas sempre encontram um bloqueio $\Rightarrow$ acabam exibindo uma velocidade média constante.

Note que a aceleração e^- , em geral, muito alta pois $a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}$

Para campos típicos - Digamos $E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow$ Para uma diferença de potencial de 1 volt sobre um comprimento $d \approx 5\text{cm}$

$$\rightarrow E \approx \frac{1}{5 \times 10^{-2}} \approx 0,2 \times 10^2 \text{ V/m} = 20 \text{ V/m}$$

$\Rightarrow$ Para uma carga $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ "um elétron"

com $m \approx 10^{-31} \text{ kg}$ "ordem da massa de um elétron"

$$\Rightarrow a = \frac{20 \cdot 1,6 \times 10^{-19}}{10^{-31}} = 32 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

Ou seja, elétrons sob um campo elétrico fraco (uma pilha possui 1,5V) adquire uma aceleração extremamente alta.

Adicionalmente as distâncias interatômicas são da ordem de 10^{-10} m . Resulta que uma grande aceleração entre distâncias muito curtas produz choques em intervalos extremamente pequenos de tempo:

Estimativa: Vamos supor que um elétron percorra ~ 10 distâncias interatômicas, em média, até sofrer um choque.

$\Rightarrow$ Qual o tempo médio entre choques?

$$\Delta S = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{se } V_0 = 0 \quad \text{e } \Delta S \approx 10 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \text{e } a = 32 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 10^{-10} = \frac{32 \cdot 10^{12}}{2} \cdot t^2 \quad t = \sqrt{\frac{20 \times 10^{-22}}{32}} \approx 7,9 \times 10^{-12} \text{ s} \quad \searrow$$

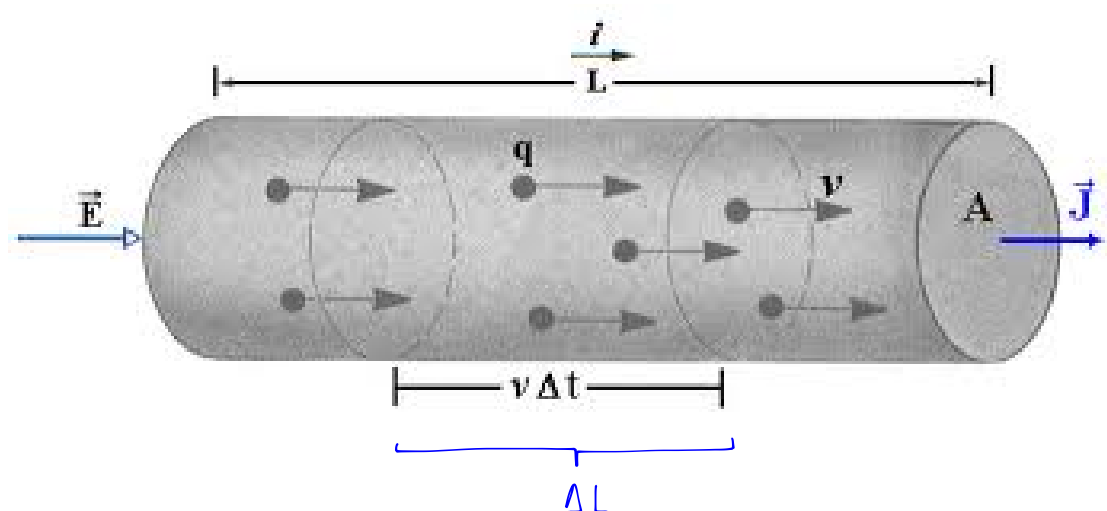
Ou seja, um choque a cada $\frac{1}{10^{12}}$ segundos.

Isto significa que não somos capazes de percebermos estas acelerações $\Rightarrow$ o que percebemos é um conjunto de elétrons viajando com velocidade constante de deriva v_d .

" Algo semelhante com o que acontece quando soltamos uma folha de papel no vácuo e no ar. No vácuo a folha acelera e sua velocidade aumenta até chocar-se com o chão $\leftrightarrow$ No ar, rapidamente a folha começa a chocar-se com as moléculas do ar e atinge uma velocidade de queda constante.

— " —

Vamos considerar então que os elétrons fluem por um material, com velocidade de deriva v_d , e vamos tentar escrever a corrente como função de v_d .



A questão é: Quantos coulombs passam por segundo através de uma unidade de área A ?

Basta calcularmos quantos coulombs estão dentro de um volume $V = A \Delta L$ e dividirmos pelo tempo que esse volume leva para cruzar a área A .

Número de cargas em V é $N = n \cdot V = n \cdot A \cdot \Delta L$ onde n = número de portadores de carga (livres) por unidade de volume.

A quantidade de carga (Q_v), se cada portador carrega uma carga q , é $Q_v = q \cdot N$

$$\Rightarrow Q_v = q \cdot n \cdot A \cdot \Delta L$$

"quantidade de carga dentro de V "

O tempo que essas cargas levam para ultrapassar A é $\Delta t = \frac{\Delta L}{v_d}$

$$\Rightarrow I = \frac{Q_v}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{q \cdot n \cdot A \cdot \Delta L}{\frac{\Delta L}{v_d}}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = q n v_d A}$$

$$I = q \cdot n \cdot v_d \cdot A$$

A densidade superficial de corrente é dada por $J = \frac{I}{A}$

$$J = q \cdot n \cdot v_d$$

Obs: Aqui estávamos interessados apenas nas intensidades (módulos) de I e/ou J .

Sinais serão definidos, abaixo, em acordo com algum referencial e em acordo com o fluxo de cargas positivas (definida como referência de corrente).

Sinais (direção e sentido).

Com referência nas cargas positivas define-se corrente positiva no mesmo sentido do fluxo das cargas.

$$\Rightarrow \vec{J} = q \cdot n \cdot \vec{v_d}$$

* Resistividade e Condutividade

Aqui vamos inserir informações que acoplam aquele que provoca a corrente (o campo elétrico) e aquele que dificulta sua passagem (o meio pelo qual a corrente flui).

Obviamente $J \propto E$ "a corrente é proporcional à força que a produz"

Dentro do limite em que J é diretamente proporcional a E (linearmente)

$\Rightarrow J = \sigma E$, onde σ é uma constante característica do material e é denominada condutividade do material.

Perceba que quanto maior $\sigma \Rightarrow$ maior será a corrente para um mesmo E .

Inversamente define-se $\rho = \frac{1}{\sigma}$ como sendo a resistividade do material.

$$\Rightarrow E = \rho \cdot J$$

Notar que J , ρ , σ , E são características pontuais (em cada unidade de volume).
Estes parâmetros não dependem das dimensões macroscópicas do sistema material + fonte de campo

— " —

Inserindo as características macroscópicas.

Ou seja: vamos "evoluir" da resistividade à resistência macroscópica de um material.

" " " Campo E para a ddp V

" " " densidade de corrente J para a corrente I .

Resistência R .

Vamos considerar um material com comprimento l e área transversal A .

$$E = \rho J \quad \text{"multiplicamos pelo volume } Al \text{"}$$

$$E \cdot A \cdot l = \rho \cdot A \cdot l \cdot J$$

$$\text{Note: } E \cdot l = V \quad \text{"ddp entre as extremidades do material"}$$

$$J \cdot A = I \quad \text{"corrente total"}$$

$$\Rightarrow V \cdot A = \rho \cdot l \cdot I$$

$$\left[V = \frac{\rho l}{A} \cdot I \right]$$

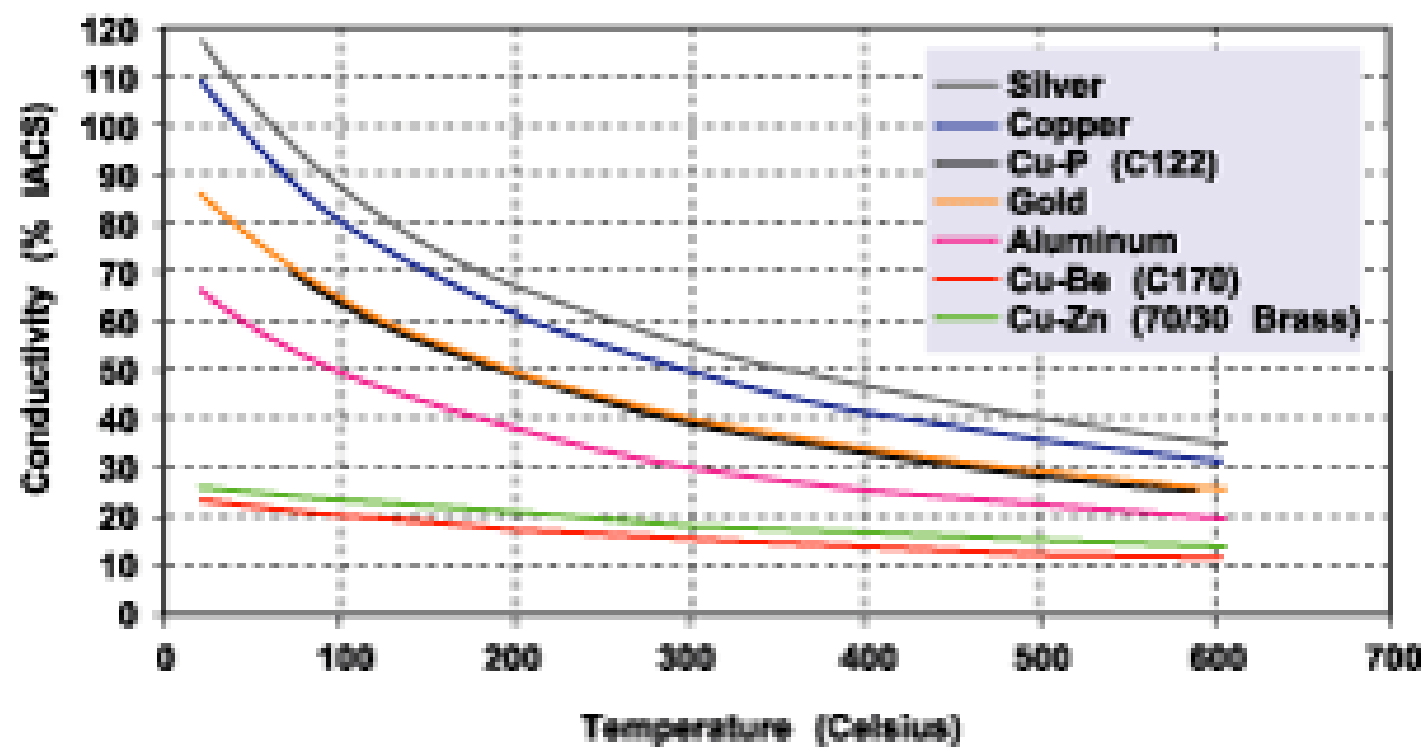
$$\text{Como } I \propto V \quad \text{"Assim como } J \propto E \text{"}$$

$$\Rightarrow V \equiv RI, \text{ tal que } R = \frac{\rho l}{A} \text{ e denominada resistência do material.}$$

★ Comportamento de materiais típicos. "Como função da temperatura"

Metais:

Um metal conta com um número aproximadamente constante de portadores. Essas cargas, ao fluírem através do material, possuem condutividade proporcional à velocidade de deriva v_d .
 $\Rightarrow$ Aumentando a temperatura os átomos fixos passam a oscilar com maior amplitude e, desta forma, os portadores de carga passam a chocar-se mais frequentemente com os átomos fixos fazendo diminuir a velocidade de deriva — ou seja — aumentando a resistividade (equivalentemente — diminuindo a condutividade como representado abaixo).



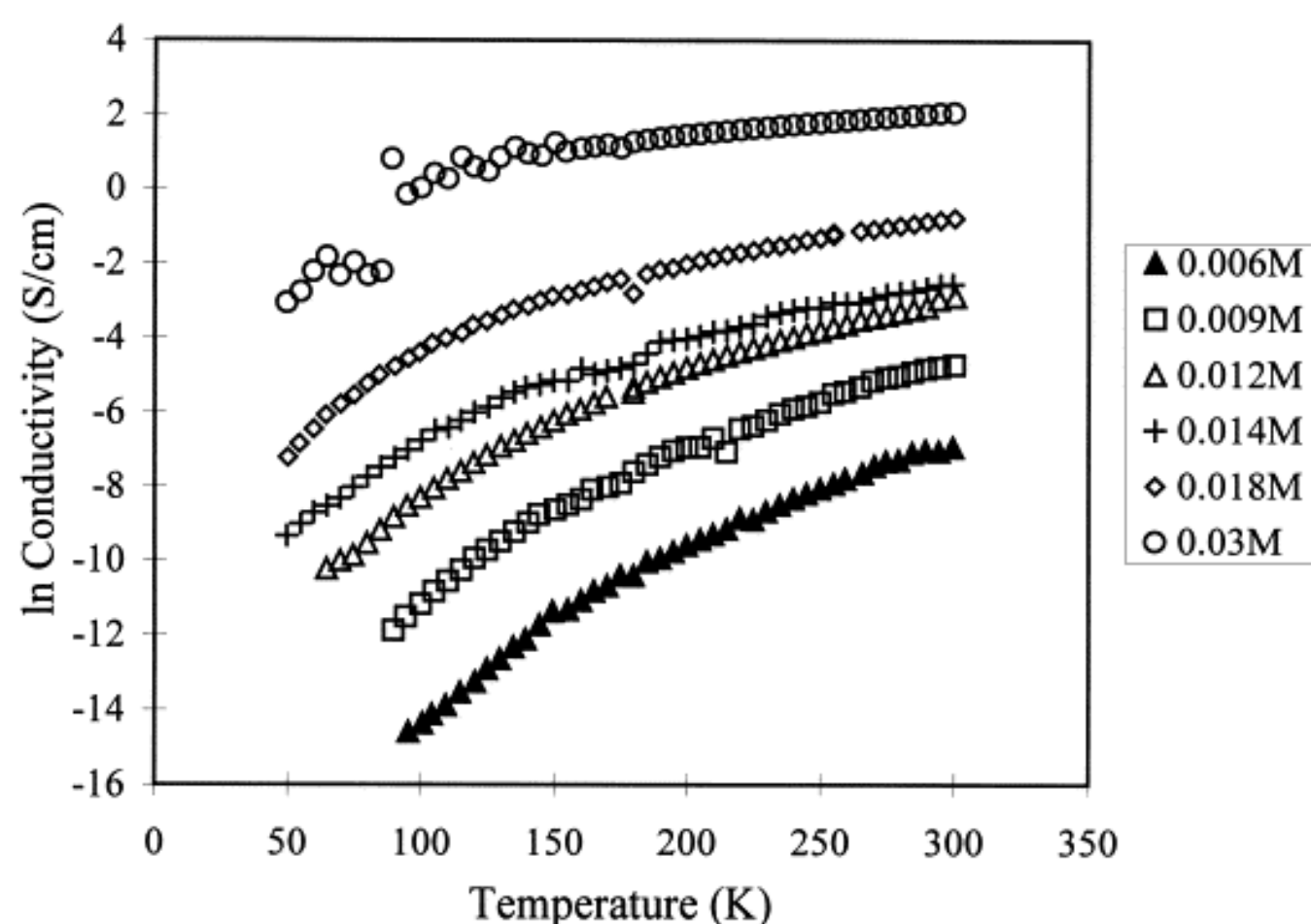
↓ Semicondutores:

Um semicondutor é um material composto por moléculas tal que os átomos que compõem essas moléculas se ligam de uma forma tal que cada molécula deixa livre alguns portadores de carga (assim como nos metais). Adicionalmente cada molécula contém portadores (elétrons) presos - mas fracamente presos. Desta forma, o aumento da temperatura (chacoalhão térmico) fornece energia aos elétrons presos possibilitando sua "fuga" para junto dos livres (em resumo, muitos dos elétrons presos recebem um empurrão suficiente para se liberar e passarem para a região livre). Logicamente a temperatura também causa aumento nas amplitudes de oscilação dos átomos fixos - assim como nos metais e em quaisquer materiais.

⇒ Resultado é uma superposição de dois efeitos devido ao aumento da temperatura:

- 1- Desprendimento de elétrons, o que faz aumentar a condutividade (ou diminuir a resistividade)
- 2- Aumento do efeito da amplitude de oscilação, fazendo o contrário de (1).

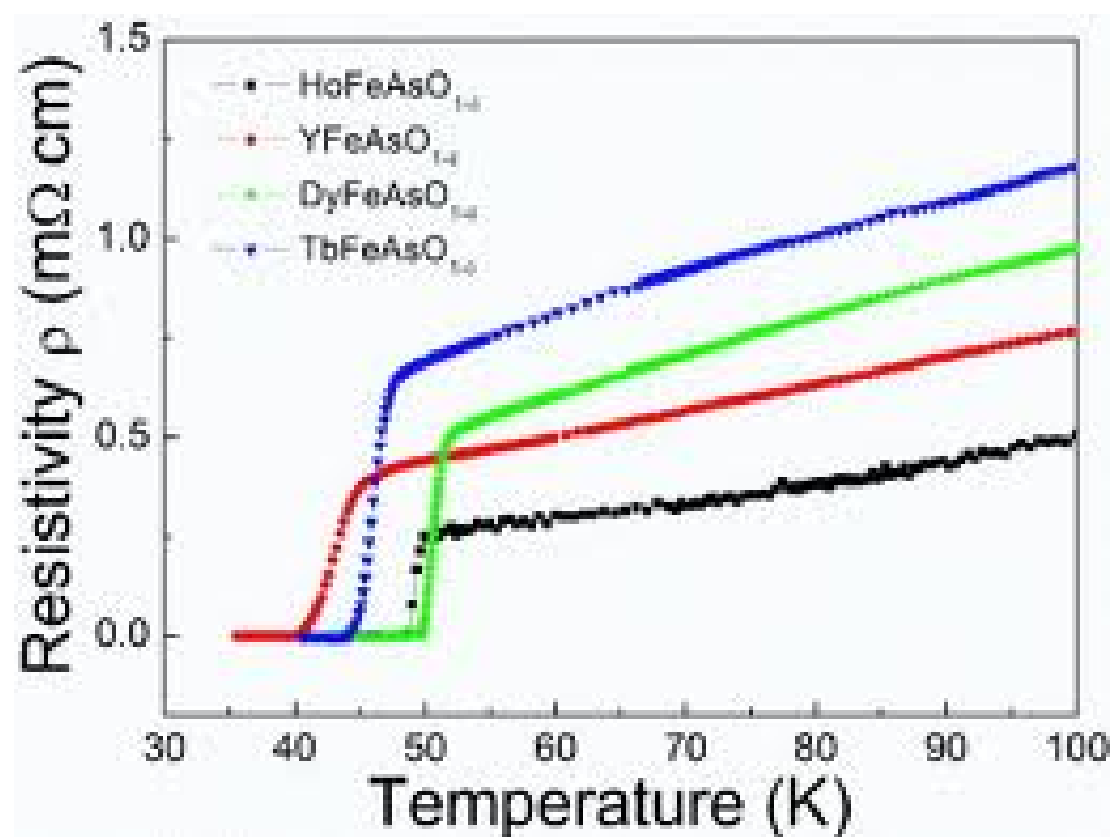
Em geral, para temperaturas usuais o efeito (1) se sobrepõe ao efeito (2) e os semicondutores têm sua condutividade aumentada com o aumento da temperatura, como ilustrado abaixo.



★ Supercondutores:

Um supercondutor é um material que apresenta um comportamento realmente inesperado. Efeito descoberto "recentemente" (1911). É um fenômeno o qual um material apresenta resistividade exatamente zero. "Como se os portadores de carga estivessem no vácuo mesmo estando dentro de um sólido. Trata-se de um fenômeno quântico e não pode ser entendido através de projeções intuitivas como nos casos acima.

Ilustração:



—

Vale notar que em nenhum caso o comportamento é linear como supomos ao fazer mos

$$E = \rho J \quad \text{ou} \quad V = R \cdot I$$

Na verdade essa linearidade é uma aproximação de ordem linear válida para, dependendo da faixa de temperatura, pequenas variações de V ou I . "equiv. E ou J " → Nestes casos ρ e/ou R podem ser considerados constantes

—

Aproximação de primeira ordem para a variação da resistividade em função da temperatura.

Vamos considerar que ρ dependa de T de uma forma não conhecida

$$\rho \longrightarrow \rho(T)$$

Independentemente a função exata $\rho(T)$, podemos expandi-la em série de Taylor, como segue:

Revisão: Expansão em série de Taylor de uma função $f(x)$, em torno de um ponto qualquer x_0 .

$$f(x) = f(x_0) + \left. f'(x) \right|_{x=x_0} \cdot (x-x_0) + \frac{1}{2!} \left. f''(x) \right|_{x=x_0} (x-x_0)^2 + \frac{1}{3!} \left. f'''(x) \right|_{x=x_0} (x-x_0)^3 + \dots \text{termos superiores.}$$

Nota que a expansão acima pode ser escrita na forma condensada

$$f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left. f^{(m)}(x) \right|_{x=x_0} (x-x_0)^m, \text{ válido para qualquer função.}$$

Quanto mais termos se acrescenta, mais exato é o valor $f(x)$.

Para o nosso caso

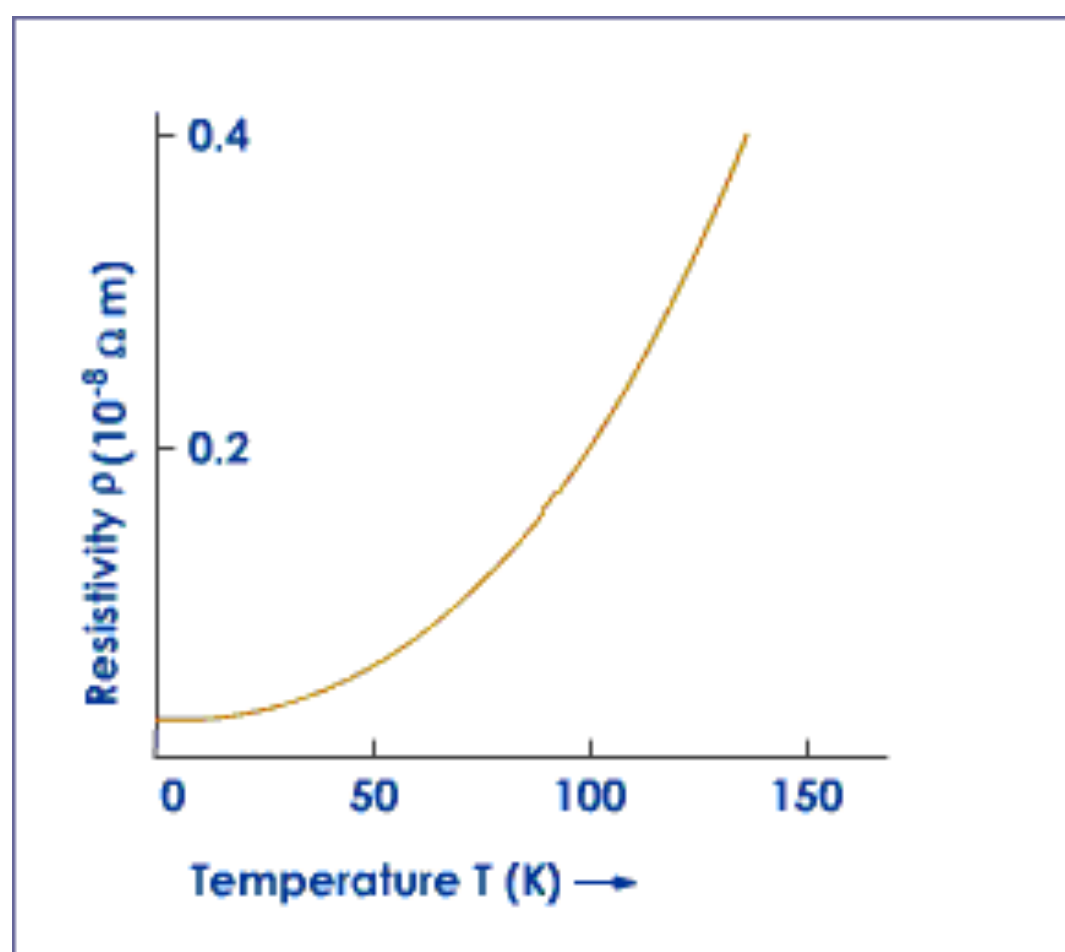
$$\rho(T) = \rho(T_0) + \left. \rho'(T) \right|_{T=T_0} \cdot (T-T_0) + \frac{1}{2} \left. \rho''(T) \right|_{T=T_0} (T-T_0)^2 + \dots$$

Vamos usar apenas os dois primeiros termos.

$\Rightarrow$ façamos $\rho(T_0) \equiv \rho_0$, a resistividade em uma temperatura T_0 . (geralmente próxima à temperatura ambiente)

$\left. \rho'(T) \right|_{T=T_0}$ representa a intensidade com a qual a resistividade varia na região de temperatura T_0 .

Para os metais $\Downarrow$



$\Rightarrow$ A taxa de variação da resistividade (inclinação da reta tangente em cada ponto) aumenta de forma aproximadamente linear com a temperatura. Mas ρ_0 também aumenta com a temperatura.

Por simplicidade $\left. \rho'(T) \right|_{T=T_0}$, que é uma característica do material é definida como $\alpha \cdot \rho_0$.

"Como ρ_0 é constante $\alpha \cdot \rho_0$ também será".

$\Rightarrow \rho(T) = \rho_0 + \alpha \rho_0 (T - T_0)$

$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$

Para uma aproximação melhor: "procedendo de forma similar com o 3º termo temos:

$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0) + \beta (T - T_0)^2]$

Abaixo apresentamos alguns valores para α .

Material	α	Material	α
Aluminio	0.0039	Plata	0.0038
Manganita	nulo	Estaño	0.0042
Advance	0.00002	Platino	0.0025
Mercurio	0.00089	Hierro	0.0052
Bronce fosforoso	0.002	Plomo	0.0037
Nicromio	0.00013	Kruppina	0.0007
Carbón	0.0005	Tungsteno	0.0041
Níquel	0.0047	Latón	0.002
Niquelina	0.0002	Wolframio	0.0045
Cobre	0.00382	Oro	0.0034

FORÇA ELETROMOTRIZ.

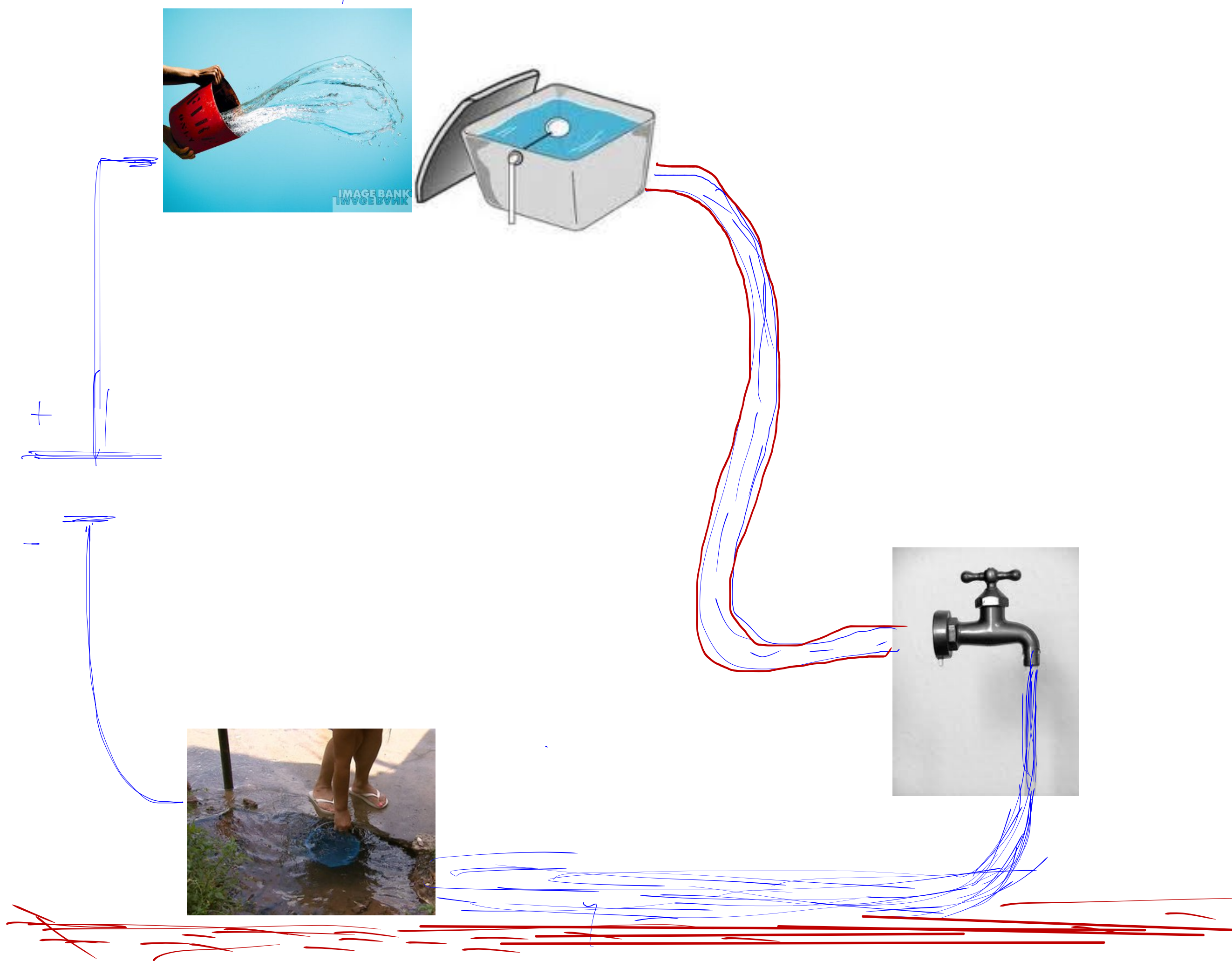
Força eletromotriz $\mathcal{E}$.

Para um circuito elétrico ser mantido em funcionamento constante é necessário que em algum ponto do circuito exista "alguém" realizando a tarefa de pegar cargas de um potencial mais baixo e levá-la para um potencial superior. Algo como:

Para que continue saindo água continuamente de uma torneira ligada a uma caixa d'água é necessário que exista algum agente responsável por realizar o trabalho de manter a caixa cheia - em geral é uma bomba d'água que realiza este trabalho - mas poderia ser uma pessoa pegando água num rio com balde e trabalhando para manter a caixa cheia.

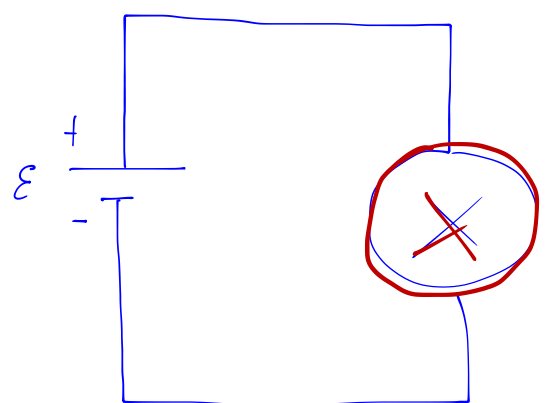
Claramente a velocidade com a qual a caixa é carregada deve ser igual ou superior à velocidade de vazão da torneira.

Pensando esquematicamente:



"A força que mantém o circuito funcionando é a do agente externo - pessoa neste caso - pilha no caso de um aparelho eletrônico a pilha."

Para um circuito elétrico, esquematiza-se como abaixo



(X) = Algum equipamento eletrônico através do qual a corrente elétrica passa e realiza algum trabalho.

Qual a unidade da força eletromotriz?

Vamos comparar com o caso da água.

Define-se força eletromotriz como o trabalho necessário para levar uma unidade de massa para o potencial mais alto.

Ex: Para levar 10kg de água a uma altura de 20m realiza-se um trabalho (ou gasta-se uma energia) de

$$W = m \cdot g \cdot h \quad \text{"Força} \times \text{distância"}$$

$$P/g \approx 10 \text{ m/s}^2$$

$$W = 10 \cdot 10 \cdot 20 = 2000 \text{ Joules}$$

Significa que: Se para levar 10kg gasta-se 2000 J de energia, então para levar 1kg gasta-se 200 J.

Portanto, a força eletromotriz é $\mathcal{E} = 200 \text{ J/kg}$

— " —

★ No caso elétrico o raciocínio é o mesmo - similar - só que em vez de se trabalhar com kilogramas trabalha-se com cargas elétricas, portanto:

$$[\mathcal{E}] = \text{energia por unidade de carga elétrica} \Rightarrow \text{No SI} \Rightarrow \text{J/C}$$

"Equivale ao potencial elétrico".

Em um circuito, após $\mathcal{E}$ levar cargas do potencial baixo para o alto $\Rightarrow$ as cargas tendem (se encontrarem um caminho) a voltar para o potencial mais baixo (assim como a água da caixa tende a voltar para o chão) ..

Mas o que promove essa tendência?

Logicamente se algo tende a sair de um lugar e ir para outro $\Rightarrow$ porque existe uma força o empurrando.

No caso da água na caixa quem a empurra para baixo $\Rightarrow$ o campo gravitacional. No caso da carga elétrica quem a empurra através dos fios condutores $\Rightarrow$ o campo elétrico.

* Já que estamos comparando vamos colocar um diferencial entre os dois casos $\Rightarrow$

A água nunca sobe por cima da caixa (dá a volta por cima da caixa, mesmo aberta) buscando o chão. Mas em um circuito elétrico as cargas fluem p/ qualquer lado ... PQ?

Deixo esta questão como exercício qualitativo.

— " —

Teremos que o potencial por unidade de carga que passa pelo circuito (energia gasta quando uma unidade de carga percorre o circuito desde o potencial mais alto até o mais baixo) $\Rightarrow$ exatamente igual a força eletromotriz $\mathcal{E}$.

* Vamos inserir agora uma nova característica de um circuito fechado em funcionamento:

$\Rightarrow$ Quanta energia a fonte de força eletromotriz $\Rightarrow$ capaz de fornecer por segundo?

Note que seria o mesmo que perguntar: Qual a quantidade de energia que o circuito gasta por segundo?

Resposta: Energia que a fonte armazena a cada Coulomb $\Rightarrow \mathcal{E} \rightarrow [J/C]$.

Portanto a energia fornecida por segundo (por unidade de carga) corresponde à quantidade de carga que $\Rightarrow$ levada por segundo (isso $\Rightarrow$ a corrente elétrica no circuito) multiplicada pela energia armazenada por carga ($\mathcal{E}$).

$\Rightarrow$ Energia gasta (ou equivalentemente, fornecida pela fonte) $= i \mathcal{E}$

Esta característica $\Rightarrow$ coerentemente definida como Potência da fonte (P).

* $P = \mathcal{E} \cdot i \Rightarrow$ Quantidade de energia gasta por segundo (J/seg) pelo circuito em funcionamento.

Temos então as relações:

$$\mathcal{E} = R \cdot i \quad (1)$$

$$P = \mathcal{E} \cdot i \quad (2)$$

Que gera outras relações úteis:

$$\text{de (1)} \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$\Rightarrow \text{em (2)} \Rightarrow P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \quad (3)$$

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \quad (3)$$

ou então:

$$\text{de (1)} \quad \mathcal{E} = R \cdot i \quad \text{em (2)}$$

$$\Rightarrow P = R \cdot i^2$$

$$P = R \cdot i^2 \quad (4)$$

✱ ✱ ✱

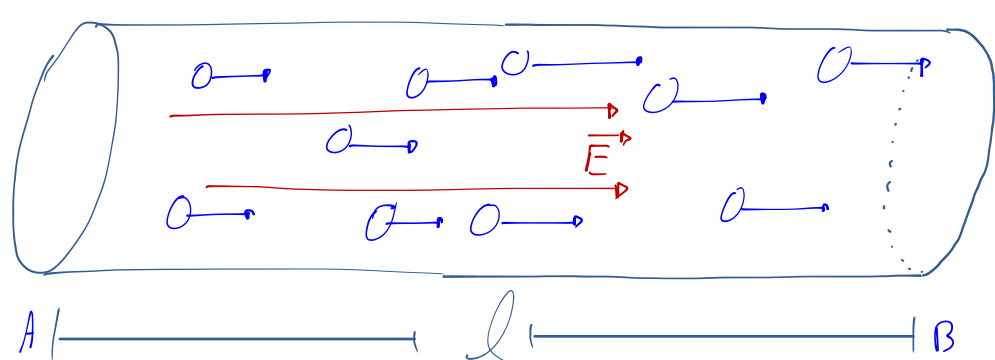
✱ Resistência interna.

Porque não utiliza-se, para uma fonte de voltagem, o símbolo $\mathcal{E}$?

Resposta: Em aplicações gerais (dispositivos eletrônicos quaisquer) todos os aparelhos responsáveis por fornecer energia potencial (pilhas, baterias, fontes quaisquer) possuem alguma resistência r em sua construção interna (fios e peças por onde flui corrente). Sendo assim o resultado final em voltagem não é o mesmo valor do processo matriz $\mathcal{E}$. Como vimos, se existe uma resistência qualquer em um material pelo qual passa uma corrente i , então existe uma diferença de potencial entre as extremidades do referido material.

Explicação "intuitiva":

Considere um fio qualquer através do qual flui uma resistência R . Logicamente, só existe corrente elétrica pelo fio se as cargas estiverem sendo empurradas por um campo elétrico $\vec{E}$. Veja ilustração abaixo:



"Este fato independe de qualquer outro detalhe fora do fio"

Desta forma existe uma diferença de potencial entre as extremidades do fio dada por

$$V = E \cdot l \quad \text{usando} \quad E = \rho J$$

$$\Rightarrow V = \rho J \cdot l \quad \text{mas como vimos, } J \cdot A = i$$

$$\Rightarrow V = \rho \cdot \underline{J} \cdot l \cdot \frac{A}{A} = \frac{\rho l}{A} \cdot i$$

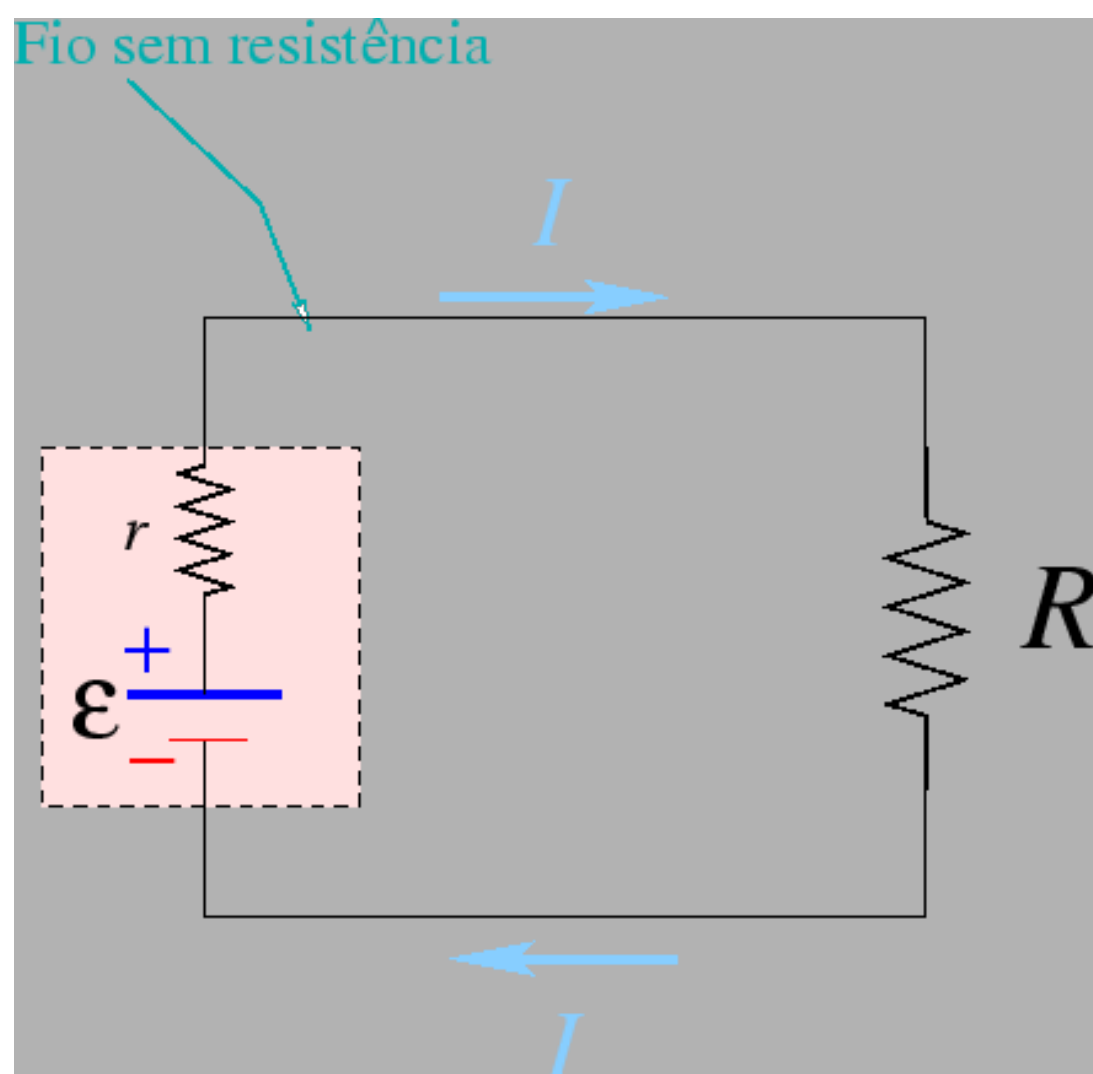
$$\underline{V = R \cdot i}$$

Além disso o potencial cai desde A até B.

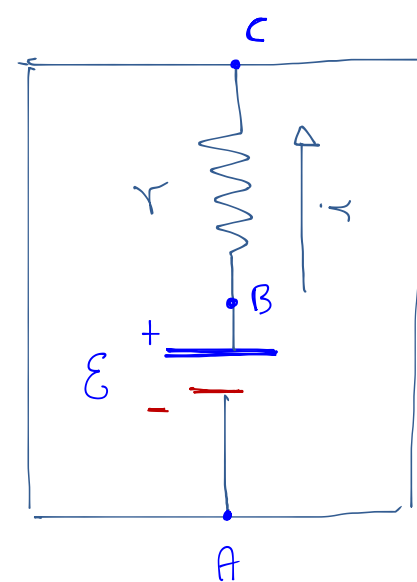
Conclusão $\Rightarrow$ O potencial sempre diminui no sentido da passagem da corrente, de uma quantidade

$$\Delta V = R \cdot i$$

Se dentro de uma fonte de tensão existe uma resistência r.



$\Rightarrow$ A diferença de potencial entre as extremidades da fonte varia como ilustrado abaixo.



$\Rightarrow$ de $A \rightarrow B$ o potencial cresce de um valor $\mathcal{E}$; de $B \rightarrow C$ o potencial diminui de ri .

Portanto, a ddp entre A e C (extremidades da fonte - como as extremidades de uma pilha) é

$$V = \mathcal{E} - ri$$



Se temos um circuito externo (um aparelho qualquer) com resistência R a ser alimentado pela fonte, então:

$$V = R \cdot i \quad \text{ou} \quad \mathcal{E} - r i = R i$$

$$\Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{(r + R)} \quad \text{sendo: } R = \text{resistência do "aparelho"} \\ r = \text{resistência interna da fonte} \\ (r + R) = \text{resistência total.}$$

♦ ♦ ♦

♦ Potência dissipada por uma resistência R pura.

Vimos que o potencial cai entre as extremidades de um resistor R .
Queda no potencial significa queda na energia por unidade de Coulomb.

$\Rightarrow$ Potência dissipada corresponde à quantidade de energia diminuída por segundo.

$$\rightarrow P_{\text{diss.}} = \underbrace{\left(\text{Quantidade de diminuição da energia por unidade de carga} \right)}_{V_{ab}} \times \underbrace{\left(\text{Quantidade de carga que passa pelo resistor por segundo} \right)}_I$$

V_{ab}
↳ ddp entre as extremidades do resistor a — b.

$$\rightarrow P_{\text{diss.}} = V_{ab} \cdot I$$

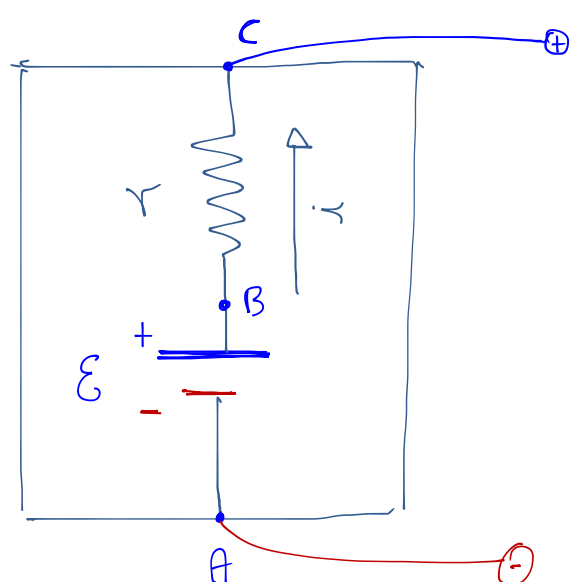
$$\text{usando } V_{ab} = R \cdot I$$

$$\Rightarrow P_{\text{diss.}} = R \cdot I^2$$

$$\text{ou ainda} \quad P_{\text{diss.}} = \frac{V_{ab}^2}{R}$$

♦ Potência fornecida por uma fonte.

Se a fonte é um dispositivo da forma



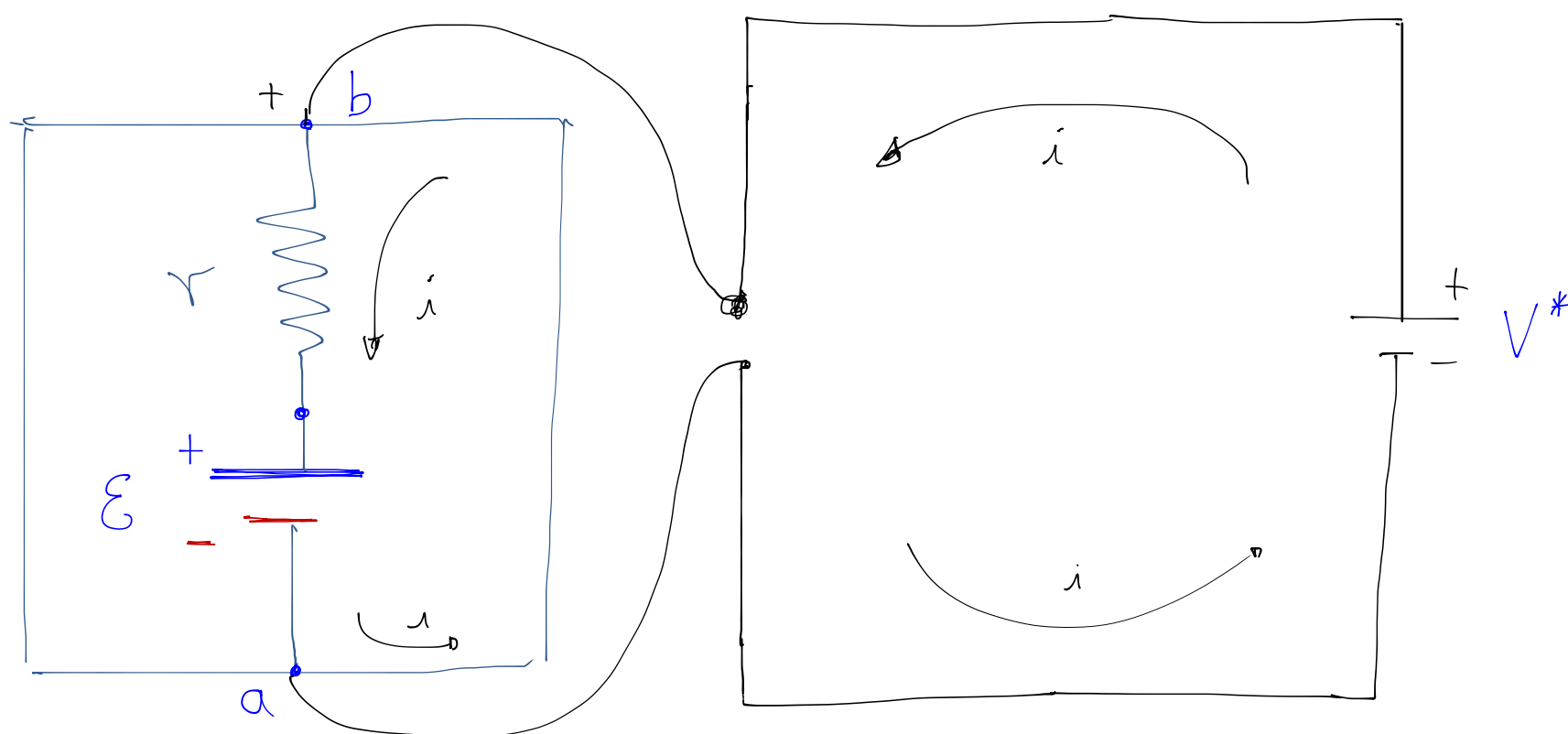
$$\Rightarrow P = V_{ac} \cdot I = (\mathcal{E} - r I) \cdot I$$

$$P = \mathcal{E} I - r I^2$$

↳ perdas internas - toda fonte aquece - energia dissipando em forma térmica.

★ Energia absorvida por uma fonte.

Aqui assume-se que duas fontes são ligadas contrariamente //



Se V^* é superior à V_{ab} da fonte em análise, então a corrente será no sentido indicado na Figura.

⇒ Como o potencial aumenta no sentido contrário à corrente //

$$V_{ab} = \mathcal{E} + rI$$

$$\Rightarrow P = V_{ab} \cdot I$$

$$P = (\mathcal{E} + Ir) \cdot I$$

$$P = \mathcal{E}I + I^2r$$

$\mathcal{E}I$ → energia sendo dissipada na bateria que está sendo carregada.
 I^2r → Velocidade de carga.

Teoria de condução nos metais.