
PROBLEMAS RESOLVIDOS DE FÍSICA

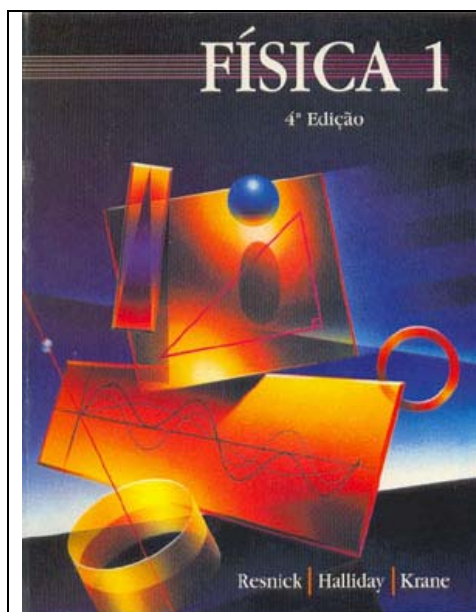
Prof. Anderson Coser Gaudio

Departamento de Física – Centro de Ciências Exatas – Universidade Federal do Espírito Santo

<http://www.cce.ufes.br/anderson>

anderson@npd.ufes.br

Última atualização: 15/07/2005 13:10 H



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED.,
LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 1

Capítulo 10 - Colisões

Problemas

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67			

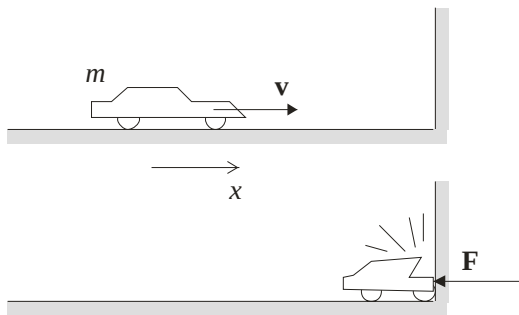
Problemas Resolvidos

01. Na prova de resistência do pára-choques de um novo carro, o veículo, de 2.300 kg e a 15 m/s, colide com o parapeito de uma ponte, sendo parado em 0,54 s. Determine a força média que atuou no carro durante o impacto.

(Pág. 209)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



Durante o curto tempo de duração da colisão a única força externa relevante que atua no carro é a força do parapeito da ponte ($\mathbf{F}$). Portanto:

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}$$

Suponha que o referencial x aponta no sentido do movimento do carro. Em x :

$$F = \frac{dP_x}{dt}$$

$$dP_x = F dt \tag{1}$$

De acordo com a Seção 10.3 (Pág. 195), a Eq. (1) é equivalente a:

$$\Delta P_x = \bar{F} \Delta t$$

$$\bar{F} = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{p - p_0}{t - t_0} = \frac{m(v - v_0)}{t - 0} = \frac{m(0 - v_0)}{t}$$

$$\bar{F} = \frac{-mv_0}{t} = -63.888,88 \dots \text{ N}$$

$$\boxed{\bar{F} \approx -6,4 \times 10^4 \text{ N}}$$

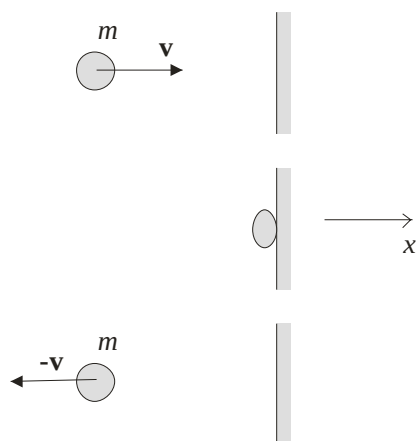
[\[Início\]](#)

02. Uma bola de massa m e velocidade v bate perpendicularmente em uma parede e recua sem perder velocidade. (a) O tempo de colisão é Δt ; qual a força média exercida pela bola na parede? (b) Avalie numericamente essa força média no caso de uma bola de borracha de massa de 140 g à velocidade de 7,8 m/s, sendo de 3,9 ms a duração do choque.

(Pág. 209)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



(a) A força média envolvida na colisão é:

$$\bar{F} = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{p - p_0}{\Delta t} = \frac{m(v - v_0)}{\Delta t} = \frac{m(-v - v)}{\Delta t}$$

$$\boxed{\bar{F} = \frac{-2mv}{\Delta t}}$$

(b) O módulo da força média é:

$$\bar{F} = \frac{2(0,140 \text{ kg})(7,8 \text{ m/s})}{(3,9 \times 10^{-3} \text{ ms})} = 560 \text{ N}$$

$$\boxed{\bar{F} = 5,6 \times 10^2 \text{ N}}$$

[\[Início\]](#)

- 32.** Uma bola de aço de 0,514 kg está amarrada a um fio de 68,7 cm e é solta quando este está na horizontal (Fig. 32). No fim do arco de 90° descrito pela bola, ela atinge um bloco de aço de 2,63 kg que está em repouso numa superfície sem atrito: a colisão é elástica. Determine (a) a velocidade da bola e (b) a velocidade do bloco, ambas imediatamente após o choque. (c) Suponha agora que na colisão metade da energia cinética mecânica seja convertida em energia interna e energia sonora. Determine as velocidades finais.

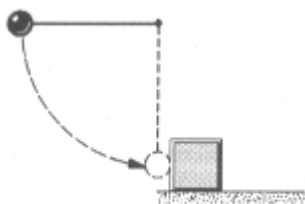
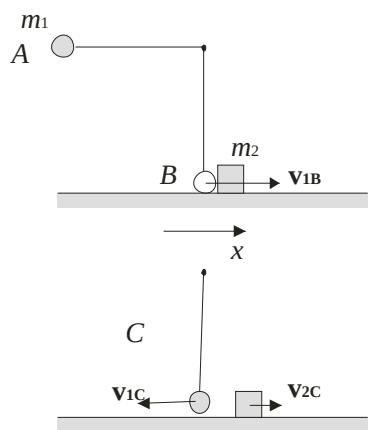


Fig. 32 Problema 32.

(Pág. 211)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



O movimento de A até B é feito com energia mecânica constante (ausência de forças dissipativas), logo:

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 + m_1 gl = \frac{1}{2} m_1 v_{1B}^2 + 0$$

$$v_{1B} = \sqrt{2gl} = 3,67136 \dots \text{m/s}$$

(a) Durante o choque o momento linear é conservado. Vamos chamar de B a situação do sistema antes do choque e C a situação imediatamente após o choque. Para choques elásticos, v_{1C} é dada por:

$$v_{1C} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1B}$$

$$v_{1C} = -2,4709 \dots \text{m/s}$$

$$\boxed{v_{1C} = -2,47 \text{ m/s}}$$

(b) Para choques elásticos v_{2C} é dada por:

$$v_{2C} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1B}$$

$$v_{2C} = 1,20043 \dots \text{m/s}$$

$$\boxed{v_{2C} = 1,20 \text{ m/s}}$$

(c) Energia cinética:

$$K_{C'} = \frac{K_B}{2}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1C'}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2C'}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_1 v_{1B}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2B}^2 \right)$$

$$m_1 v_{1C'}^2 + m_2 v_{2C'}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1B}^2 + 0 \quad (1)$$

Conservação do momento linear $B \rightarrow C'$:

$$P_{Bx} = P_{C'x}$$

$$m_1 v_{1B} + m_2 v_{2B} = m_1 v_{1C'} + m_2 v_{2C'}$$

$$m_1 v_{1B} + 0 = m_1 v_{1C'} + m_2 v_{2C'}$$

$$v_{2C'} = \frac{m_1 v_{1B} - m_1 v_{1C'}}{m_2} \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$v_{1C'} = \frac{2m_1 v_{1B} \pm v_{1B} \sqrt{2m_2(m_2 - m_1)}}{2(m_1 + m_2)} \quad (3)$$

São duas as possibilidades para $v_{1C'}$:

$$v_{1C'} = -1,34768 \dots \text{ m/s}$$

$$v_{1C'} = 2,54811 \dots \text{ m/s}$$

Como $m_1 < m_2$, sabe-se que $v_{1C'} < 0$. Logo:

$$v_{1C'} \approx -1,35 \text{ m/s}$$

Substituindo-se (3) em (2):

$$v_{2C'} = \frac{2m_1 m_2 v_{1B} \pm m_1 v_{1B} \sqrt{2m_2(m_2 - m_1)}}{2m_2(m_1 + m_2)}$$

Também são duas as possibilidades para $v_{2C'}$:

$$v_{2C'} = 0,219525 \dots \text{ m/s}$$

$$v_{2C'} = 0,980907 \dots \text{ m/s}$$

Somente $v_{2C'} = 0,980907 \dots$ torna $K_{C'} = K_B/2$ (verifique você!). Logo:

$$v_{2C'} \approx 0,981 \text{ m/s}$$

[\[Início\]](#)

- 40.** Uma bola de massa m é lançada com velocidade v , no cano de uma espingarda de mola de massa M , que está inicialmente parada numa superfície sem atrito, conforme a Fig. 34. A bola fica agarrada ao cano no ponto de máxima compressão da mola e não há perda de energia por atrito. (a) Qual a velocidade da espingarda depois que a bala pára no cano? (b) Que fração da energia cinética inicial da bola fica armazenada na mola?

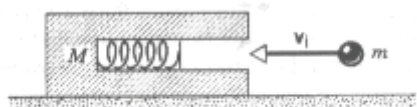
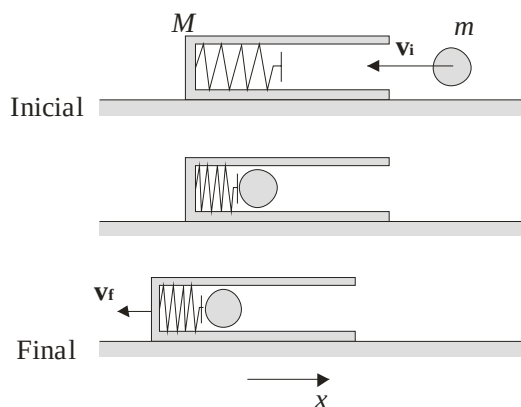


Fig. 34 Problema 40.

(Pág. 212)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



(a) Trata-se de um choque completamente inelástico ($v_{1f} = v_{2f}$). O momento linear em x é conservado.

$$P_{xi} = P_{xf}$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$mv_i + 0 = mv_f + Mv_f$$

$$\boxed{v_f = \frac{m}{m+M} v_i} \quad (1)$$

(b) A energia armazenada na mola é dada por $K_i - K_f$. Logo, a fração da energia cinética inicial que fica armazenada na mola é:

$$f = \frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_f^2}{\frac{1}{2}mv_i^2} \quad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2) e simplificando-se:

$$\boxed{f = \frac{M}{m+M}}$$

[\[Início\]](#)

41. Um bloco de massa $m_1 = 1,88$ kg desliza ao longo de uma superfície sem atrito com velocidade de 10,3 m/s. Diretamente em frente dele, e movendo-se no mesmo sentido, há um bloco de massa $m_2 = 4,92$ kg, cuja velocidade é 3,27 m/s. Uma dada mola de massa desprezível, cuja constante elástica vale $k = 11,2$ N/cm está presa à traseira de m_2 , conforme a Fig. 35. Quando os blocos se chocam, qual a compressão máxima da mola? (*Sugestão: No momento de compressão máxima da mola, os dois blocos se movem juntos e o choque é completamente inelástico nesse ponto; calcule então a velocidade comum.*)

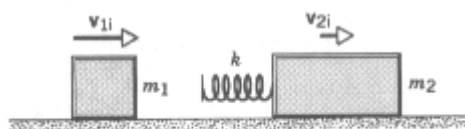


Fig. 35 Problema 41.

(Pág. 212)

Solução.

Como foi sugerido no enunciado, no momento da compressão máxima da mola os blocos viajam à mesma velocidade (colisão inelástica). Aplicando-se a conservação do momento linear:

$$P_{xi} = P_{xf}$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Como não há forças dissipativas agindo no sistema, a energia mecânica é conservada:

$$E_i = E_f$$

$$K_{1i} + K_{2i} + U_i = K_{1f} + K_{2f} + U_f$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 + 0 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 + \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m_1 v_{1i}^2 + m_2 v_{2i}^2 - (m_1 + m_2) v_f^2}{k}} \quad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m_1 v_{1i}^2 + m_2 v_{2i}^2 - (m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \right)^2}{k}}$$

A simplificação desta expressão resulta em:

$$\Delta x = (v_{1i} - v_{2i}) \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k (m_1 + m_2)}} = 0,24499 \dots \text{m}$$

$$\boxed{\Delta x \approx 24,5 \text{ cm}}$$

[\[Início\]](#)

- 42.** Dois trenós de 22,7 kg cada um estão à curta distância um do outro e na mesma reta, conforme a Fig. 36. Um gato de 3,63 kg, em pé num dos trenós, pula para o outro e imediatamente volta ao primeiro. Ambos os pulos são feitos à velocidade de 3,05 m/s em relação ao trenó onde está o gato a pular. Calcule as velocidades finais dos dois trenós.

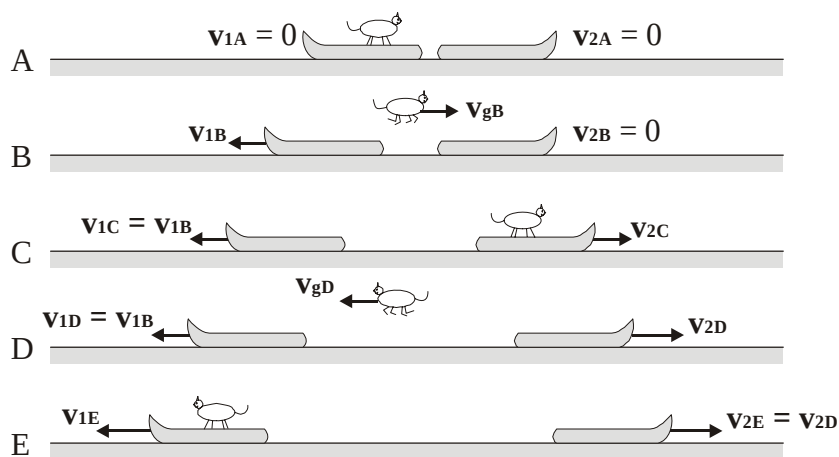


Fig. 36 Problema 42.

(Pág. 212)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Uma consideração importante a ser feita é que, embora o enunciado tenha fornecido a velocidade do gato em relação ao trenó, as velocidades utilizadas na aplicação da conservação do momento linear são em relação ao solo. A velocidade do gato em relação ao solo (v_g) vale:

$$v_g = v_t + v_{gt} \quad (1)$$

Na Eq. (1) v_t é a velocidade do trenó, que será substituída por v_1 (trenó 1) e v_2 (trenó 2) e v_{gt} é a velocidade do gato em relação ao trenó (que é uma velocidade de sinal negativo, pois tem o sentido contrário ao do trenó). O momento linear do sistema na direção x é conservado devido à ausência de forças externas nessa direção. Nos estados A e B temos:

$$P_{xA} = P_{xB}$$

$$P_{gA} + P_{1A} = P_{gB} + P_{1B}$$

$$0 = m_g v_{gB} + M v_{1B} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$0 = m_g (v_{1B} + v_{gt}) + M v_{1B}$$

$$v_{1B} = -\frac{m}{m+M} v_{gt} \quad (3)$$

Estados B e C:

$$P_{xB} = P_{xC}$$

$$P_{gB} + P_{1B} + P_{2B} = P_{gC} + P_{1C} + P_{2C}$$

Temos que $P_{2B} = 0$ e $P_{1B} = P_{1C}$. Logo:

$$P_{gB} = P_{gC} + P_{2C}$$

$$m v_{gB} = m v_{gC} + M v_{2C} \quad (4)$$

Substituindo (1) em (4):

$$m (v_{1B} + v_{gt}) = (m + M) v_{2C} \quad (5)$$

Substituindo (3) em (5):

$$m \left(-\frac{m}{m+M} v_{gt} \right) + m v_{gt} = (m + M) v_{2C}$$

$$v_{2C} = \frac{mM}{(m+M)^2} v_{gt} \quad (6)$$

Estados C e D:

$$P_{xC} = P_{xD}$$

$$P_{gC} + P_{1C} + P_{2C} = P_{gD} + P_{1D} + P_{2D}$$

Temos que $P_{1C} = P_{1D}$. Logo:

$$P_{gC} + P_{2C} = P_{gD} + P_{2D}$$

$$(m + M)v_{2C} = mv_{gD} + Mv_{2D} \quad (7)$$

Substituindo (1) e (6) em (7):

$$(m + M) \frac{mM}{(m + M)^2} v_{gt} = m(v_{2D} + v_{gt}) + Mv_{2D}$$

$$\frac{mM}{(m + M)} v_{gt} = mv_{gt} + (m + M)v_{2D}$$

$$v_{2D} = -\frac{m^2}{(m + M)^2} v_{gt} = 0,0591785 \dots \text{m/s} \quad (8)$$

$$v_{2D} \approx 5,92 \text{ cm/s}$$

Estados D e E :

$$P_{xD} = P_{xE}$$

$$P_{gD} + P_{1D} + P_{2D} = P_{gE} + P_{1E} + P_{2E}$$

Temos que $P_{2D} = P_{2E}$. Logo:

$$P_{gD} + P_{1D} = P_{gE} + P_{1E}$$

$$mv_{gD} + Mv_{1B} = (m + M)v_{1E} \quad (9)$$

Substituindo (1) e (3) em (9):

$$m(v_{2D} + v_{gt}) + M\left(-\frac{m}{m + M} v_{gt}\right) = (m + M)v_{1E}$$

$$mv_{2D} + mv_{gt} - \frac{mM}{m + M} v_{gt} = (m + M)v_{1E} \quad (10)$$

Substituindo-se (8) em (10):

$$-\frac{m^3}{(m + M)^2} v_{gt} + mv_{gt} - \frac{mM}{m + M} v_{gt} = (m + M)v_{1E}$$

$$v_{1E} = \frac{m^2 M}{(m + M)^3} v_{gt} = -0,0515484 \dots \text{m/s}$$

$$v_{1E} \approx -5,15 \text{ cm/s}$$

A prova de que esse cálculo está certo pode ser feita somando-se o momento linear final do sistema, que deve ser igual ao inicial, ou seja, zero:

$$P_f = P_g + P_1 + P_2 = (m + M)v_{1E} + Mv_{2D}$$

$$P_f = (m + M) \frac{m^2 M}{(m + M)^3} v_{gt} + M \left[-\frac{m^2}{(m + M)^2} v_{gt} \right]$$

$$P_f = \frac{m^2 M}{(m+M)^2} v_{gt} - \frac{m^2 M}{(m+M)^2} v_{gt} = 0$$

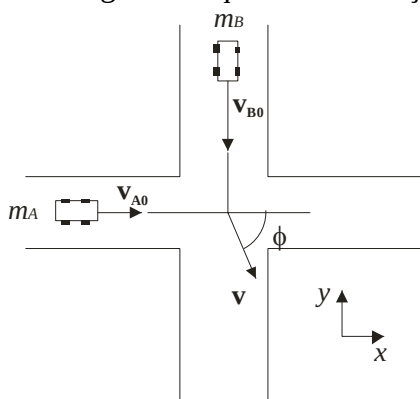
[\[Início\]](#)

46. Dois veículos A e B que estão viajando respectivamente para o leste e para o sul, chocam-se num cruzamento e ficam engavetados. Antes do choque, A (massa de 1.360 kg) movia-se a 62,0 km/h e B (massa de 1.820 kg) tinha velocidade de 93,0 km/h. Determine o módulo e o sentido da velocidade dos veículos engavetados imediatamente após o choque.

(Pág. 212)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Considerando-se que as forças internas envolvidas na colisão são muito mais intensas que outras forças externas, admite-se que o momento linear é conservado na colisão. Em x:

$$P_{0x} = P_x$$

$$p_{A0x} + p_{B0x} = p_{Ax} + p_{Bx}$$

$$m_A v_{A0} + 0 = m_A v_A + m_B v_B$$

$$m_A v_{A0} = m_A v \cos \phi + m_B v \cos \phi = (m_A + m_B) v \cos \phi \quad (1)$$

Conservação do momento linear em y:

$$P_{0y} = P_y$$

$$p_{A0y} + p_{B0y} = p_{Ay} + p_{By}$$

$$0 - m_B v_{B0} = m_A v_A + m_B v_B = m_A v \sin \phi + m_B v \sin \phi$$

$$-m_B v_{B0} = (m_A + m_B) v \sin \phi \quad (2)$$

Dividindo-se (1) por (2):

$$\tan \phi = -\frac{m_B v_{B0}}{m_A v_{A0}}$$

$$\phi = -63,5189 \dots^\circ$$

O sinal negativo está relacionado ao sentido anti-horário de ϕ em relação ao eixo x. Interessa-nos apenas seu valor absoluto.

$$\boxed{\phi \approx 63,5^\circ}$$

De (1):

$$v = \frac{m_A v_{A0}}{(m_A + m_B) \cos \phi} = 59,4654 \dots \text{ km/h}$$

$$v \approx 59,5 \text{ km/h}$$

[\[Início\]](#)

47. Dois objetos A e B se chocam. A massa de A é de 2,0 kg e a de B, 3,0 kg. Suas velocidades antes da colisão eram respectivamente $\mathbf{v}_{iA} = 15 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j}$ e $\mathbf{v}_{iB} = -10 \mathbf{i} + 5,0 \mathbf{j}$. Após o choque, $\mathbf{v}_{fA} = -6,0 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j}$; todas as velocidades estão em m/s. (a) Qual a velocidade final de B? (b) Quanta energia cinética foi ganha ou perdida na colisão?

(Pág. 212)

Solução.

(a) Admitindo-se que haja conservação do momento linear durante a colisão:

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f$$

$$\mathbf{P}_{Ai} + \mathbf{P}_{Bi} = \mathbf{P}_{Af} + \mathbf{P}_{Bf}$$

$$m_A \mathbf{v}_{Ai} + m_B \mathbf{v}_{Bi} = m_A \mathbf{v}_{Af} + m_B \mathbf{v}_{Bf}$$

$$\mathbf{v}_{Bf} = \frac{m_A}{m_B} (\mathbf{v}_{Ai} - \mathbf{v}_{Af}) + \mathbf{v}_{Bi}$$

$$\mathbf{v}_{Bf} = \frac{(2,0)}{(3,0)} [(15\mathbf{i} + 30\mathbf{j}) - (-6,0\mathbf{i} + 30\mathbf{j})] + (-10\mathbf{i} + 5,0\mathbf{j})$$

$$\mathbf{v}_{Bf} = 4,0\mathbf{i} + 5,0\mathbf{j}$$

(b)

$$\Delta K = K_f - K_i = \left(\frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bi}^2 \right)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} [m_A (v_{Af}^2 - v_{Ai}^2) + m_B (v_{Bf}^2 - v_{Bi}^2)]$$

Normalmente calcularíamos v_{Af}^2 como sendo igual a $v_{Axf}^2 + v_{Ayf}^2$. Porém, neste problema não ocorre variação do momento linear na coordenada y. Portanto, pode-se considerar, para fins do cálculo de ΔK , $v_{Af}^2 = v_{Axf}^2$. Logo:

$$\Delta K = \frac{1}{2} [m_A (v_{Axf}^2 - v_{Axi}^2) + m_B (v_{Bxf}^2 - v_{Bxi}^2)]$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \{ (2,0 \text{ kg}) [(-6,0 \text{ m/s})^2 - (15 \text{ m/s})^2] + (3,0 \text{ kg}) [(4,0 \text{ m/s})^2 - (-10 \text{ m/s})^2] \}$$

$$\Delta K = -315 \text{ J}$$

$$\Delta K \approx -0,32 \text{ kJ}$$

A resposta apresentada no livro (+700 J) é incoerente, pois indica ganho de energia cinética pelo sistema. Desprezando-se a atuação de forças externas durante a colisão e considerando-se que nenhuma energia potencial elástica eventualmente acumulada no sistema converta-se em energia cinética, a energia cinética do sistema só pode permanecer como está (colisão elástica) ou diminuir (colisão inelástica).

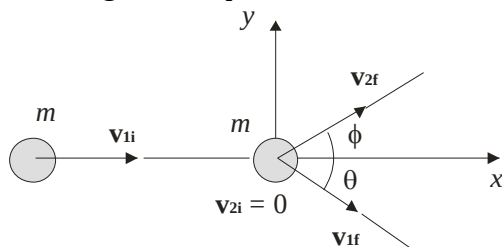
[\[Início\]](#)

51. Um próton (massa atômica 1,01 u) choca-se elasticamente, a 518 m/s, com outro próton parado. O primeiro próton é desviado $64,0^\circ$ de sua direção inicial. (a) Qual a direção da velocidade do próton-alvo após o choque? (b) Quais as velocidades dos prótons depois do impacto?

(Pág. 212)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



Na ausência de força externa resultante o momento linear será conservado em x e em y. Em x:

$$P_{xi} = P_{xf}$$

$$p_{1xi} + p_{2xi} = p_{1xf} + p_{2xf}$$

$$mv_{1i} + 0 = mv_{1f} \cos \theta + mv_{2f} \cos \phi$$

$$v_{1i} - v_{1f} \cos \theta = v_{2f} \cos \phi \quad (1)$$

Em y:

$$P_{yi} = P_{yf}$$

$$p_{1yi} + p_{2yi} = p_{1yf} + p_{2yf}$$

$$0 + 0 = -mv_{1f} \sin \theta + mv_{2f} \sin \phi$$

$$v_{1f} \sin \theta = v_{2f} \sin \phi \quad (2)$$

As Eqs. (1) e (2) possuem três incógnitas e, por conseguinte, há necessidade de uma terceira equação para resolver o sistema. A terceira equação vem da informação dada no enunciado do problema, que disse ser o choque entre os prótons *elástico*. Logo:

$$K_i = K_f$$

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

$$\frac{1}{2}mv_{1i}^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_{1f}^2 + \frac{1}{2}mv_{2f}^2$$

$$v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 \quad (3)$$

Dentre os vários caminhos que podem ser seguidos para resolver o sistema de equações (1), (2) e (3), adotaremos o seguinte. Tomemos o quadrado de (1):

$$v_{1i}^2 - 2v_{1i}v_{1f} \cos \theta + v_{1f}^2 \cos^2 \theta = v_{2f}^2 \cos^2 \phi \quad (4)$$

Tomemos também o quadrado de (2):

$$v_{1f}^2 \sin^2 \theta = v_{2f}^2 \sin^2 \phi \quad (5)$$

Adicionando-se (4) e (5) e reconhecendo-se que $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ e $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$:

$$v_{1i}^2 - 2v_{1i}v_{1f} \cos \theta + v_{1f}^2 = v_{2f}^2 \quad (6)$$

Substituindo-se v_{2f}^2 de (3) em (6):

$$v_{1i}^2 - 2v_{1i}v_{1f}\cos\theta + v_{1f}^2 = v_{1i}^2 - v_{1f}^2$$

$$v_{1f} = v_{1i}\cos\theta = 227,076\dots\text{m/s}$$

$$\boxed{v_{1f} \approx 227\text{ m/s}}$$

De (3):

$$v_{2f} = \sqrt{v_{1i}^2 - v_{1f}^2} = 465,5753\dots\text{m/s}$$

$$\boxed{v_{2f} \approx 466\text{ m/s}}$$

Finalmente, de (1):

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{v_{1i} - v_{1f}\cos\theta}{v_{2f}}\right)$$

$$\boxed{\phi = 26^\circ}$$

[\[Início\]](#)

- 54.** Dois pêndulos de mesmo comprimento L estão situados inicialmente como na Fig. 38. O da esquerda é solto da altura d e bate no outro. Suponha que a colisão seja completamente inelástica e despreze a massa dos fios e quaisquer efeitos de atrito. A que altura se eleva o centro de massa do conjunto após o choque?

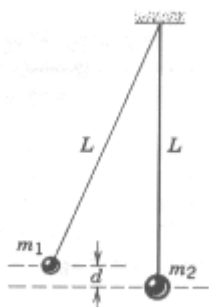
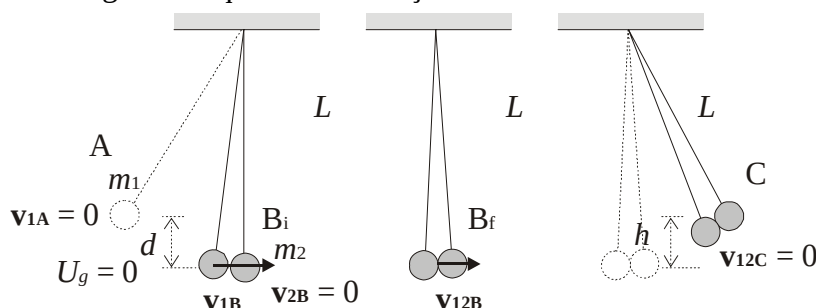


Fig. 38 Problema 54.

(Pág. 213)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Desprezando-se eventuais efeitos de atrito a energia mecânica do sistema é conservada durante a queda do corpo m_1 :

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 + m_1 g d = \frac{1}{2} m_1 v_{1B}^2 + 0$$

$$v_{1B} = \sqrt{2gd} \quad (1)$$

Na colisão entre m_1 e m_2 o efeito das forças externas é desprezível. Portanto, o momento linear é conservado:

$$P_{Bi} = P_{Bf}$$

$$p_{1Bi} + p_{2Bi} = p_{1Bf} + p_{2Bf}$$

$$m_1 v_{1B} + 0 = (m_1 + m_2) v_{12B} \quad (2)$$

Na Eq. (2), v_{12B} é a velocidade inicial do conjunto m_1 - m_2 após a colisão. Substituindo-se (1) em (2):

$$v_{12B} = \frac{m_1 \sqrt{2gd}}{m_1 + m_2}$$

Após a colisão, o movimento do conjunto ocorre com energia mecânica constante:

$$E_B = E_C$$

$$K_B + U_B = K_C + U_C$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12B}^2 + 0 = 0 + (m_1 + m_2) gh \quad (3)$$

Substituindo-se (2) em (3):

$$h = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 d$$

[\[Início\]](#)

60. (a) Mostre numa colisão elástica unidimensional a velocidade do centro de massa de duas partículas, de massas m_1 e m_2 , que têm velocidade inicial v_1 e v_2 , respectivamente, é expressa por

$$v_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}.$$

(b) Aplique as Eqs. 15 e 16 para v_{1f} e v_{2f} (as velocidades das partículas após o choque), a fim de deduzir o mesmo resultado para v_{CM} após o impacto.

(Pág. 214)

Solução.

(a) A posição do centro de massa de duas partículas, m_1 e m_2 , cujas posições iniciais são, respectivamente, x_{1i} e x_{2i} , é dado por:

$$x_{CM} = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 x_{1i} + m_2 x_{2i}) \quad (1)$$

Derivando-se ambos os membros de (1) em relação ao tempo:

$$v_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{dx_{1i}}{dt} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{dx_{2i}}{dt}$$

$$v_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

(b)

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \quad (15)$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} \quad (16)$$

A velocidade do centro de massa das duas partículas após a colisão é, de acordo o resultado do item (a):

$$v_{CMf} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1f} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{2f} \quad (2)$$

Substituindo-se (15) e (16) em (2):

$$v_{CMf} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \right) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} \right)$$

$$v_{CMf} = \frac{m_1^2 - m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_{1i} + \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_{1i} + \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_{2i} + \frac{m_2^2 - m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_{2i}$$

$$v_{CMf} = \frac{m_1^2 + m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_{1i} + \frac{m_2^2 + m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_{2i}$$

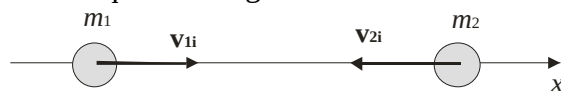
$$v_{CMf} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

[\[Início\]](#)

61. No laboratório, uma partícula de massa 3,16 kg, move-se a 15,6 m/s para a esquerda e se choca frontalmente com outra partícula de massa 2,84 kg, que tem velocidade de 12,2 m/s para a direita. Determine a velocidade do centro de massa do sistema de duas partículas após a colisão. **(Pág. 214)**

Solução.

Considere o esquema a seguir:



Como não há forças externas agindo sobre o sistema, o centro de massa não é acelerado.

$$\sum \mathbf{F}_{\text{Ext}} = M \mathbf{a}_{\text{CM}} = 0$$

Logo:

$$\mathbf{v}_{\text{CM}} = \text{Constante}$$

$$\mathbf{v}_{\text{CMi}} = \mathbf{v}_{\text{CMf}} = \mathbf{v}_{\text{CM}}$$

Por definição:

$$\mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2)$$

$$\mathbf{v}_{CMf} = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i})$$

Como o choque é unidimensional (coordenada x), temos:

$$v_{CMf} = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}) = -2,44133 \dots \text{m/s}$$

$v_{CMf} \approx -2,44 \text{ m/s}$

[\[Início\]](#)