

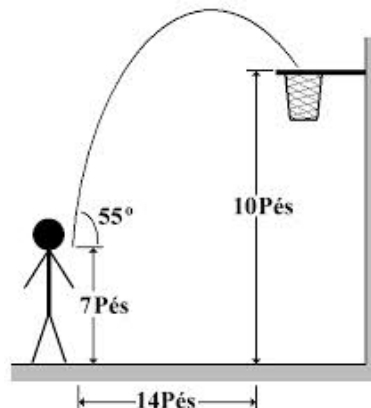
Nome:

Matrícula:

1ª Prova - Física I - 2015/02

**Questão 1)** [2,5] De acordo com a **Figura** ao lado, com que velocidade o jogador deve lançar a bola para fazer a cesta?

OBS: 1,0000 pé = 0,3048 m



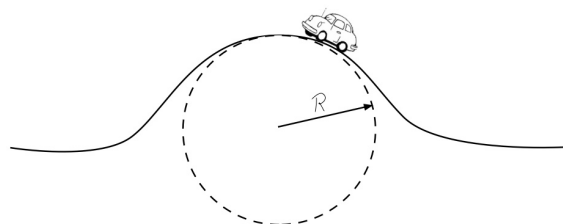
**Questão 2)** [2,5] Para testar a qualidade de uma bola de tênis, você a deixa cair sobre o piso a partir de uma altura de 4,00 m. Ela retorna até uma altura de 2,00 m. Se a bola fica em contato com o piso por 12,0 ms,

- (a) qual é o módulo de sua aceleração média durante este contato e  
(b) qual o sentido da aceleração média?

**Questão 3)** [2,5] Na **Figura** ao lado, uma prancha de massa  $m_1 = 40$  kg repousa sobre um piso sem atrito, e o bloco de massa  $m_2 = 10$  kg repousa sobre o topo da prancha. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a prancha é de 0,60, e o coeficiente de atrito cinético é de 0,40. O bloco é puxado por uma força horizontal  $\vec{F}$  de intensidade 100 N. Na notação de vetor unitário, quais são as acelerações resultantes **(a)** do bloco e **(b)** da prancha?



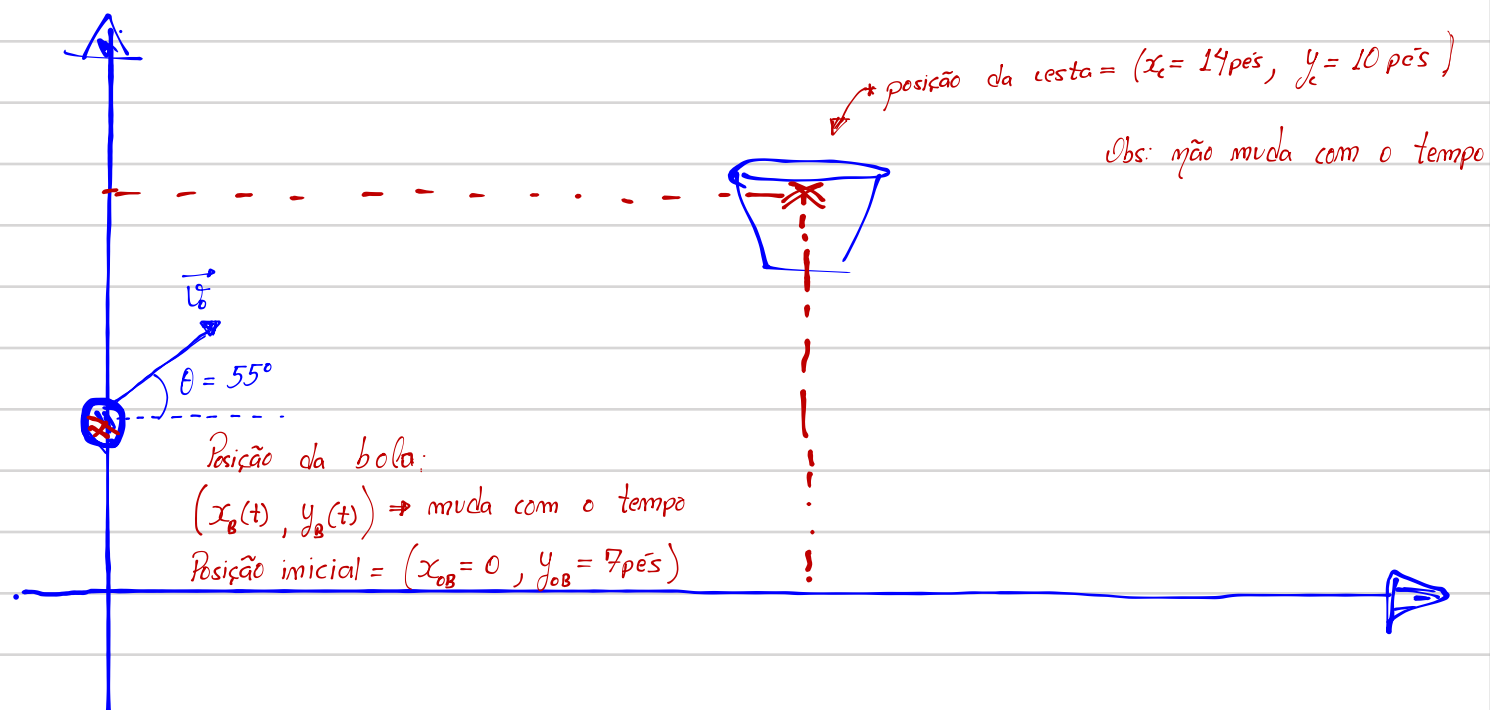
**Questão 4)** [2,5] Na **Figura** ao lado, um dublê dirige um carro sobre o topo de um morro, cuja seção transversal pode ser aproximada por um círculo de raio  $R = 250$  m. Qual é a maior velocidade com a qual ele pode dirigir sem que o carro perca o contato com a estrada no topo do morro?



## Questão 1)

Para definirmos a situação de bola na cesta, basta construirmos as equações horárias (posições em função do tempo) para a bola e para a cesta, e então igualarmos as equações, ou seja, colocarmos a bola e a cesta no mesmo ponto do espaço.

Vou definir a origem do sistema referencial no chão, como abaixo.



Equação horária da bola:

$$\vec{r}_b(t) = (x_{ob} + v_{ox}t) \hat{i} + (y_{ob} + v_{oy}t + \frac{a_y t^2}{2}) \hat{j}$$

MRUV em y.

MRU em x.

onde:

$$\begin{cases} x_{ob} = 0 \\ v_{ox} = v_0 \cos(\theta) \\ y_{ob} = 7 \text{ pés} \\ a_y = -g = \frac{-9,8 \text{ pés}}{0,3048 \text{ s}^2} \end{cases}$$

Equação para a cesta:

$$\vec{r}_c(t) = x_c \hat{i} + y_c \hat{j} \quad \text{estática com } x_c = 14 \text{ pés}$$

e  $y_c = 10 \text{ pés}.$

Igualando:

$$\vec{r}_B(t) = \vec{r}_C(t)$$

$$(x_{oB} + v_{ox}t) \hat{i} + (y_{oB} + v_{oy}t + \frac{a_y t^2}{2}) \hat{j} = x_c \hat{i} + y_c \hat{j}$$

Esta igualdade só é verdadeira se cada componente vetorial for igualada.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{oB} + \overbrace{v_{ox}t}^{v_o \cos(\theta)} = x_c & (1) \\ y_{oB} + \overbrace{v_{oy}t}^{v_o \sin(\theta)} + \frac{a_y t^2}{2} = y_c & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{oB} + v_o \cos(\theta) t = x_c & (1) \\ y_{oB} + v_o \sin(\theta) t - \frac{g}{2} t^2 = y_c & (2) \end{cases}$$

"Note que apenas  $v_o$  e  $t$  não foram dados. Como temos duas equações:"

de (1), lembrando que  $x_{oB} = 0 \Rightarrow t = \frac{x_c}{v_o \cos(\theta)}$ . Isso em (2)

$$\Rightarrow y_{oB} + \frac{v_o \sin(\theta) \cdot x_c}{v_o \cos(\theta)} - \frac{g}{2} \frac{x_c^2}{v_o^2 \cos^2(\theta)} = y_c$$

Isolando  $v_o$ :

$$y_{oB} - y_c + x_c \tan(\theta) = \frac{g}{2} \frac{x_c^2}{v_o^2 \cos^2(\theta)}$$

$$\Rightarrow v_o = \pm \sqrt{\frac{\frac{g}{2} \frac{x_c^2}{\cos^2(\theta)}}{(y_{oB} - y_c + x_c \tan(\theta))}}$$

Obs: O sinal negativo pode ser descartado, pois estamos trabalhando com o módulo da velocidade.

Introduzindo valores, lembrando que em  $\text{pés}/\text{s}^2 \Rightarrow g = \frac{9.8}{0.3040} \text{ pés}/\text{s}^2$

$$g \approx 32,15 \text{ pés}/\text{s}^2$$

$$\Rightarrow \text{também } x_c^2 = 196 \text{ pés}^2$$

$$\cos^2(\theta) = \cos^2(55^\circ) \approx 0,329$$

$$y_{0B} = 7 \text{ pés}$$

$$y_c = 10 \text{ pés}$$

$$\tan(55^\circ) \approx 1,429$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{\frac{32,15}{2} \cdot \frac{196}{0,329}}{7 - 10 + 14 \cdot 1,429}}$$

$$v_0 \approx 23,73 \text{ pés/s} \quad \text{ou} \quad v_0 \approx 7,23 \text{ m/s}$$

Obs: Os números utilizados foram aproximados antes do resultado final. Portanto pode haver ligeira divergência entre várias soluções corretas.

★ Nota: Acima, apresentei uma solução detalhada, formal e explicada. Isso cria a falsa impressão de um problema complexo. Abaixo apresento uma solução rápida.

Solução: na horizontal o tempo para a bola chegar à cesta é:

$$t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{14}{v_0 \cos(55^\circ)} \quad (1)$$

$\Rightarrow$  na vertical, a bola tem de sair de  $y_0 = 7 \text{ pés}$  e chegar em  $y = 10 \text{ pés}$

$$\Rightarrow 10 = 7 + v_0 \sin(55^\circ) t - \frac{g}{2} t^2 \quad (2)$$

(1) em (2)



$$10-7 = 14 \tan(55^\circ) - \frac{9,8/0,3040}{2} \cdot \frac{1}{v_0^2} \left( \frac{14}{\cos(55^\circ)} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9,8}{2 \times 0,3048} \cdot \frac{1}{v_0^2} \left( \frac{14}{\cos(55^\circ)} \right)^2 = 14 \tan(55^\circ) - 3$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{9,8 \times 14^2}{(14 \cdot \tan(55^\circ) - 3) \times 2 \times 0,3048 \times \cos^2(55^\circ)}}$$

$$v_0 \approx 23,74 \text{ Pés/s}$$

"menos de uma página".

Questão 2) O problema pede a aceleração durante os 12ms de contato com o chão.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{12 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

$\vec{v}_i$  = velocidade no momento que toca o chão.

$\vec{v}_f$  = velocidade no momento que deixa o chão.

Obtenção de  $\vec{v}_i$ .

$\Rightarrow$  A bola é solta de uma altura de 4,00m, sob a ação da gravidade.

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (1)$$

$$\vec{v}_0 = \text{zero} \quad \text{"deixa cair"}$$

$$\vec{a} = -9,8 \hat{j}$$

$$0v = v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \quad (2)$$

$$\Delta y = -4,00 \hat{j}$$

$\Rightarrow$  Melhor usar (2).

$$v = \sqrt{2g\Delta y}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,8 \times 4,00}$$

$$v \cong 8,8544 \text{ m/s}$$

"Chega ao chão com esta velocidade".

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{v}_i = -8,8544 \hat{j} \text{ m/s}}} \quad \text{"sinal negativo é óbvio"}$$

Obter  $\vec{v}_f$  (vel. saindo do chão).

Neste caso sabemos que chega em  $y = 2,00 \text{ m}$ .

$$\text{usando } v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$$

$$\Rightarrow \text{neste caso } v^2 = \text{zero}$$

pois para qdo chega em  $y = 2,00$ .

$$\Rightarrow 0 = v_0^2 - 2 \times 9,8 \times 2,00$$

$$v_0 = \sqrt{2 \times 9,8 \times 2,00}$$

"veloc. que sai do chão"

$$v_0 = |\vec{v}_f| = 6,26 \text{ m/s}$$

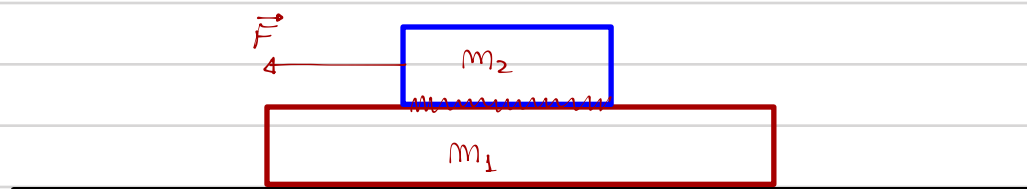
$$\Rightarrow \vec{v}_f = +6,26 \hat{j} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_m = \frac{(6,26 \hat{j}) - (-8,85 \hat{j})}{0,012} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_m = \frac{(6,26 + 8,85)}{0,012} \text{ m/s}^2 \hat{j}$$

$$\vec{a}_m \cong 1259 \text{ m/s}^2 \hat{j}$$

## Questão 3)



Pede as acelerações  $\vec{a}_1$  e  $\vec{a}_2$  dos blocos  $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente.

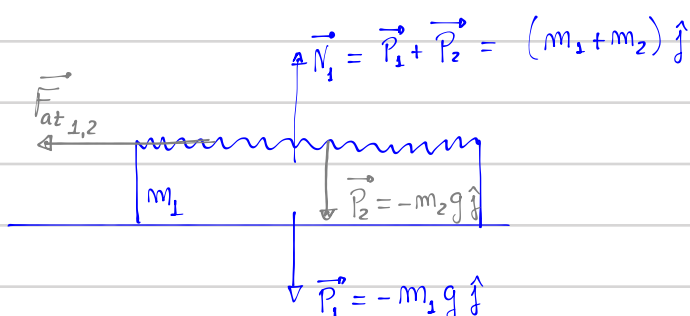
Solução - Detalhada

"Será que  $m_2$  desliza sobre  $m_1$ ?"

Vamos realizar a solução no formato tradicional:

- ⇒ (1) Colocamos o referencial no solo.
- (2) representamos todas as forças agindo em cada bloco
- (3) Relacionamos as equações através da força comum aos dois.

Diagrama de forças para o bloco  $m_1$



Obs: Como não há atrito para  $m_1 \Rightarrow$  Não existe força horizontal na base. Contudo, Na parte superior existe, devido ao atrito, a força sobre o bloco  $m_1$  devido ao bloco  $m_2$ .

⇒ Para o bloco  $m_1 \Rightarrow$  as forças verticais se equilibram:

$$\Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N}_1 = \vec{0} \quad \Rightarrow \sum_i \vec{F}_{y_i} = \vec{0} \quad \Rightarrow \text{Não há alteração na dinâmica em } y.$$

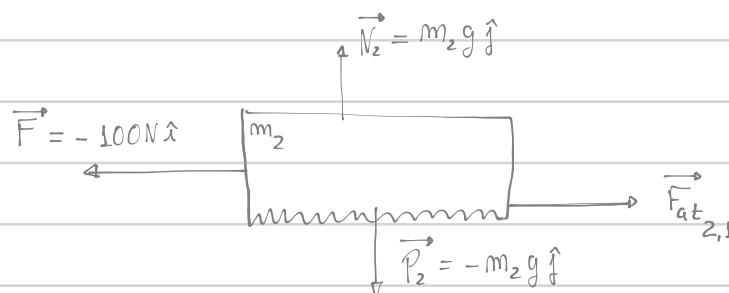
$$\boxed{\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = -\vec{N}_1} \quad (1)$$

$$\text{Em } x \Rightarrow \vec{F}_{at_{1,2}} = m_1 \vec{a}_1$$

$$\boxed{\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_{at_{1,2}}}{m_1}} \quad (2)$$



Diagrama de forças para o bloco  $m_2$ .



As forças em  $y$  se anulam e não colaboram com a dinâmica.

Em  $x \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{at_{2,1}} = m_2 \vec{a}_2$

$$\Rightarrow \vec{a}_2 = \frac{\vec{F} + \vec{F}_{at_{2,1}}}{m_2} \quad (3)$$

Note que  $\vec{F}_{at_{2,1}} = -\vec{F}_{at_{1,2}}$

Para obtermos as acelerações, precisamos apenas conhecer o valor de  $|\vec{F}_{at}|$ .

- \* Se não estiver deslizando  $\Rightarrow |\vec{F}_{at}_{es}| = 100N$  "Pq não é  $\mu_e m_2 g$ ?"
- \* Se estiver deslizando  $\Rightarrow |\vec{F}_{at}_{cin}| = \mu_c m_2 g$  "So  $m_2$  colabora"

Está ou não, deslizando?

$\Rightarrow$  Note que a resistência máxima é  $\mu_e m_2 g = 0,60 \cdot 10 \cdot 9,8 = \underline{58,8N}$

$\Rightarrow$  Portanto, os 100N fazem deslizar, tal que:

$$\vec{F}_{at_{2,1}} = \mu_c \cdot m_2 \cdot g \hat{x}$$

e  $\vec{F}_{at_{1,2}} = -\mu_c m_2 g \hat{x}$

$\Rightarrow$  Usando a equação (2)  $\Rightarrow \vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_{at_{1,2}}}{m_1} = -\frac{0,40 \cdot 10 \cdot 9,8}{40} \hat{x}$

$$\boxed{\vec{a}_1 = -0,98 \text{ m/s}^2 \hat{x}}$$

$$\Rightarrow \text{Usando a equação (3)} \quad \vec{a}_2 = \frac{\vec{F} + \vec{F}_{at_{2,1}}}{m_2} = \frac{-100\hat{x} + 0,4 \cdot 10 \cdot 9,8\hat{x}}{10}$$

$$\vec{a}_2 = (-10 + 3,92)\hat{x}$$

$$\vec{a}_2 = -6,08 \text{ m/s}^2 \hat{x}$$

Obs: Se tivéssemos utilizado  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , teríamos obtido:

$$\vec{a}_1 = -1 \text{ m/s}^2 \hat{x}$$

$$\vec{a}_2 = -6 \text{ m/s}^2 \hat{x}$$



Solução Simplificada: Primeiro vamos ver se desliza ou não. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

Resistência máxima do atrito é  $\mu_c m_2 g = 0,4 \cdot 10 \cdot 10 = 60 \text{ N}$

$\Rightarrow$  Como aplicou-se  $100 \text{ N} \Rightarrow$  Desliza.

A força de atrito na superfície entre os blocos  $m_1$  e  $m_2$  é simétrica com módulo

$$F_{at} = \mu_c m_2 g = 0,4 \cdot 10 \cdot 10$$

$$F_{at} = 40 \text{ N} \quad \text{"em módulo"}$$

$$\text{Para o bloco 2} \Rightarrow (-100 + 40)\hat{x} = m_2 \vec{a}_2$$

$$m_2 = 10 \text{ kg}$$

$$\vec{a}_2 = -6 \text{ m/s}^2 \hat{x}$$

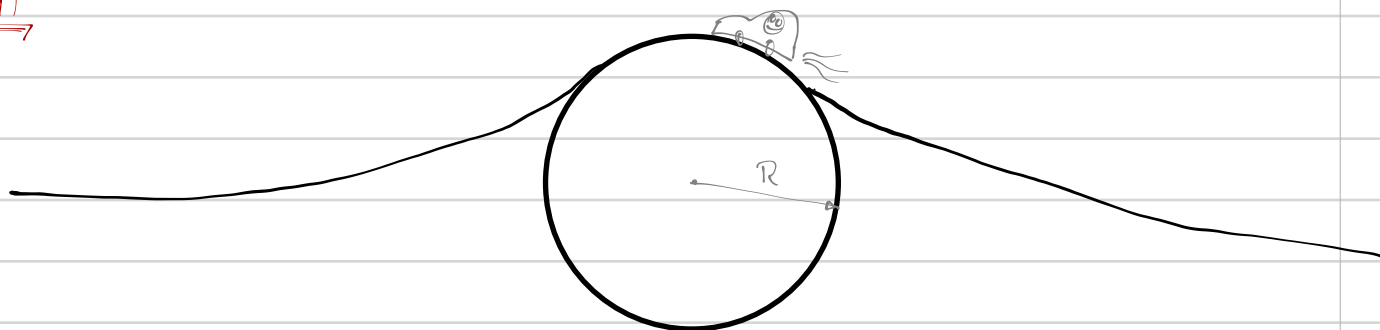
" $F_{at}$  tenta impedir o bloco 2 de se mover para a esquerda, por isso é  $+40 \text{ N} \hat{x}$ ".

$$\text{Para o bloco 1} \Rightarrow -40\hat{x} = m_1 \vec{a}_1$$

$$m_1 = 40 \text{ kg}$$

$$\vec{a}_1 = -1 \text{ m/s}^2 \hat{x}$$

"Para o bloco 1  $F_{at}$  o puxa para a esquerda sendo, portanto,  $-40 \text{ N} \hat{x}$ ".

Questão 4)

no ponto mais alto  $\Rightarrow$  O limite sem vôo ocorre quando a força centrípeta, que produz um efeito centrífugo, se iguala ao peso total.

$\Rightarrow$

$$\cancel{m_t} g = \cancel{m_t} \frac{v^2}{R}$$

" $m_t$  = massa do carro + massa dos passageiros".

$$v = \sqrt{gR}$$

$$v = \sqrt{2500} = 50 \text{ m/s}$$

"Obs: Esta não tem como ser mais simples".