

1) Considere a curva dada por

$$y = \frac{e^{(x-2)} + e^{-(x-2)}}{2} = \cosh(x-2)$$

Para $x = t$

$$\Rightarrow y(t) = \cosh(t-2)$$

$$\rightarrow \vec{r}(t) = t\hat{i} + \cosh(t-2)\hat{j}$$

a) Obter a velocidade escalar média $\bar{v}_{em}$ entre $t=0s$ e $t=10s$.b) Obter a velocidade escalar média $\bar{v}_{em}$ entre $t=10s$ e $t=20s$,
c) Obter a velocidade média $\bar{\vec{v}}_{em}$ entre $t=0s$ e $t=4s$.
Comente o resultado.

{ Porque $\bar{v}_{em}(0 \rightarrow 10s)$
diferença de $\bar{v}_{em}(10 \rightarrow 20s)$
qualitativamente.

d) Obter a velocidade instantânea $\vec{v}(t)$ em $t=0s$, $t=2s$ e $t=4s$.
Comente sobre o resultado, com base na simetria do problema.e) Obter a aceleração média $\bar{\vec{a}}_{em}$ entre $t=0s$ e $t=4s$.
Comente o resultado.f) Obtenha a aceleração instantânea $\vec{a}(t)$. Comente o resultado comparando-o com $\bar{\vec{a}}_{em}(t)$.
em $t=2s$.g) Obtenha a componente tangencial da aceleração em $t=0s$, $t=2s$ e $t=4s$. (comente com base na simetria).h) Obtenha a componente normal (centrípetas) da aceleração em $t=0s$, $t=2s$, $t=4s$ e $t \rightarrow \pm\infty$.i) Obtenha o raio de curvatura da parábola nos pontos $x=0m$, $x=2m$, $x=4m$ e $x \rightarrow \pm\infty$.
Analise o resultado.

$$a) \bar{v}_{em} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\int_{t_0}^t v(t) dt}{(t-t_0)}$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \hat{i} + \sinh(t-2)\hat{j} \Rightarrow v(t) = |\vec{v}(t)| = \sqrt{1 + \sinh^2(t-2)}$$

$$\text{usando } \cosh^2(\theta) - \sinh^2(\theta) = 1 \Rightarrow \sqrt{1 + \sinh^2(\theta)} = \cosh(\theta)$$

$$v(t) = \cosh(t-2)$$

$$\Rightarrow \bar{v}_{em} = \frac{\int_{t_0}^t \cosh(t-2) dt}{\Delta t} = \frac{\sinh(t-2) - \sinh(t_0-2)}{t-t_0}$$

P/ t de $0 \rightarrow 10s$

$$\Rightarrow \bar{v}_{em} = \frac{\sinh(8) - \sinh(-2)}{10} = \frac{\sinh(8) + \sinh(2)}{10}$$

b) P/t de 10 → 20

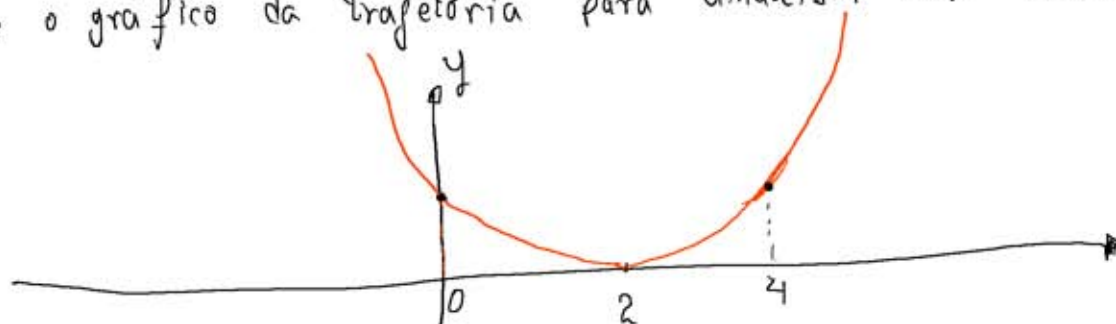
$$\rightarrow v_{em} = \frac{\sinh(18) - \sinh(8)}{10}$$

Compare e comente os resultados. PQ diferem?

$$c) \vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(4) - \vec{r}(0)}{4} = \frac{[4\hat{i} + \cosh(2)\hat{j}] - [0\hat{i} + \cosh(2)\hat{j}]}{4}$$

$$\vec{v}_m = 1\hat{i} + \text{zero}\hat{j}$$

Use o gráfico da trajetória para analisar este resultado.



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta y = 0, \text{ logo } v_{my} = 0 \\ \Delta x = 4m \text{ em } 4 \text{ segundos} \\ \Rightarrow v_{mx} = 1m/s \end{array} \right.$$

— 11 —

d) $\vec{v}(0)$, $\vec{v}(2)$ e $\vec{v}(4)$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = 1\hat{i} + \sinh(t-2)\hat{j}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \vec{v}(0) = 1\hat{i} + \sinh(-2)\hat{j} = 1\hat{i} - \sinh(2)\hat{j} \\ \vec{v}(4) = 1\hat{i} + \sinh(2)\hat{j} = 1\hat{i} + \sinh(2)\hat{j} \\ \vec{v}(2) = 1\hat{i} + \text{zero}\hat{j} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Analisar a} \\ \text{diferença.} \\ \text{"use o gráfico".} \end{array}$$

Análise

e) $\vec{a}_m(0 \rightarrow 4)$

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(4) - \vec{v}(0)}{4} = \frac{[1\hat{i} + \sinh(2)\hat{j}] - [1\hat{i} + \sinh(-2)\hat{j}]}{4}$$

$$\vec{a}_m = 0\hat{i} + \frac{\sinh(2)}{2}\hat{j} ; \text{ Análise (comparando com o gráfico) cada componente de } \vec{a}_m.$$

f) $\vec{a}(z)$

(32)

$$\Rightarrow \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 0\hat{i} + \cosh(t-2)\hat{j} = \underbrace{\cosh(t-2)\hat{j}}_{\text{so' componente } \hat{j}, \text{ como esperado.}}$$

$$\vec{a}(z) = 1\hat{j}$$

→ Analisar este resultado.

obs: aceleração está associada com concavidade.

g) a_t

$$\text{vimos que } a_t = \frac{a_x v_x}{v} + \frac{a_y v_y}{v} + \frac{a_z v_z}{v}$$

$$\text{Neste caso: } a_z = v_z = \text{zero.}$$

$$a_x = x''(t) = \text{zero}$$

$$v_x = 1$$

$$a_y = \cosh(t-2)$$

$$v_y = \sinh(t-2)$$

$$\left[\begin{aligned} v &= |\vec{v}(t)| = \sqrt{1 + \sinh^2(t-2)} \\ v &= \cosh(t-2) \end{aligned} \right]$$

$$\rightarrow \text{usei } \cosh^2(\theta) - \sinh^2(\theta) = 1.$$

$$\Rightarrow a_t = \frac{\cosh(t-2) \cdot \sinh(t-2)}{\cosh(t-2)}$$

$$a_t = \sinh(t-2)$$

obs: a_t leva o sinal de v_y .

$$\left[\begin{aligned} a_t(0) &= -\sinh(2) \\ a_t(2) &= 0 \\ a_t(4) &= \sinh(2) \end{aligned} \right]$$

Analise comparando com o gráfico.

h) a_c para $t=0, 2, 4$ e ∞ .

$$a_c = \frac{1}{v} \left\{ (\cancel{v a_x} - v_x a_t)^2 + (v a_y - v_y a_t)^2 + (v a_z - v_z a_t)^2 \right\}^{1/2}$$

$$\Rightarrow a_c = \frac{1}{\cosh(t-2)} \left\{ \sinh^2(t-2) + [\cosh(t-2)\cosh(t-2) - \sinh(t-2)\sinh(t-2)]^2 \right\}^{1/2}$$

$$a_c = \frac{1}{\cosh(t-2)} \cdot \sqrt{\sinh^2(t-2) + 1} \Rightarrow a_c = 1 \text{ m/s}^2$$

Analisar

Deveria ser zero para $t \rightarrow \infty$??? pq?

2) Curvatura R

34

Vimos que:

$$R = \frac{v^4}{(va_x - v_x a_t)^2 + (va_y - v_y a_t)^2 + \cancel{(va_z - v_z a_t)^2}} \quad \text{bi-dim.}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow v &= \cosh(t-2) \\ a_x &= 0 \\ v_x &= 1 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} a_t &= \sinh(t-2) \\ a_y &= \cosh(t-2) \\ v_y &= \sinh(t-2) \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \rightarrow R(t) &= \frac{\cosh^4(t-2)}{\sinh^2(t-2) + [\cosh^2(t-2) - \sinh^2(t-2)]^2} \\ R(t) &= \frac{\cosh^4(t-2)}{\sinh^2(t-2) + 1} = \frac{\cosh^4(t-2)}{\cosh^2(t-2)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R(t) = \cosh^2(t-2)$$

$$R(0) = \cosh^2(-2) = \cosh^2(2) \text{ metros "calcular"}$$

$$R(2) = 1 \text{ metro}$$

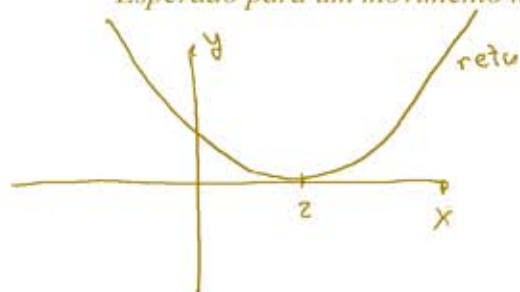
$$R(4) = \cosh^2(2)$$

$$\text{obs: } R(4) = R(0), \text{ PQ?}$$

$$\text{se } t \rightarrow \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{e^{t-2} + e^{-(t-2)}}{2} \right]^2 = \frac{e^\infty}{2} = \infty$$

Ou seja, o raio de curvatura tende ao infinito, o que significa que a trajetória tende a uma reta. Esperado para um movimento hiperbólico:



obs: Mas se tende a uma reta, porque $a_c = 1$ sempre, mesmo no infinito. Numa reta a_c deveria ser zero?

[discutiremos isso em sala]