

Nome:

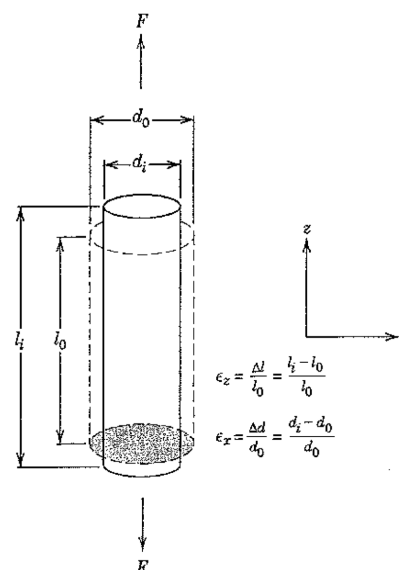
Matrícula:

2ª Prova de Ciência de Materiais - 2017 /02

Nota) Os passos adotados precisam ser justificados ou por breves comentários ou por sequência lógica durante as resoluções. Passos que aparentarem pura memorização serão desconsiderados.

Questão 1) [3,3] Uma tensão de tração deve ser aplicada ao longo de um eixo referendo ao comprimento de um bastão cilíndrico de latão, que possui um diâmetro de 10 mm. Determine a magnitude da carga exigida para produzir uma alteração de $2,8 \times 10^{-3}$ mm no diâmetro. A deformação é puramente elástica.

Dados: O Latão possui módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson de 97 GPa e 0,34, respectivamente.



Questão 2) [3,4] Uma liga de Ferro-Carbono com estrutura cristalina CFC contendo inicialmente 0,20%p C é carbonetada a uma temperatura elevada e numa atmosfera onde a concentração de Carbono na superfície é mantida a 1,5%p. Se após 49,5 h a concentração de carbono é de 0,30%p em uma posição a 6,0 mm abaixo da superfície, determine a temperatura na qual o tratamento foi realizado.

Questão 3) [3,3] Admita que exista algum metal hipotético que exibe comportamento ferromagnético e que possui (1) uma estrutura cristalina cúbica simples (Figura ao lado), (2) um raio atômico de 0,153 nm e (3) uma densidade de fluxo de saturação de 0,76 tesla. Determine o número de magnétons de Bohr (μ_B) por átomo para este material. $\mu_B = 9,27 \times 10^{-24}$ J/T

OBS: Para ferromagnéticos na saturação $M \gg H$

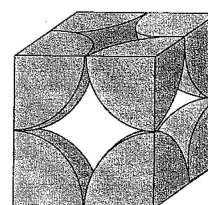
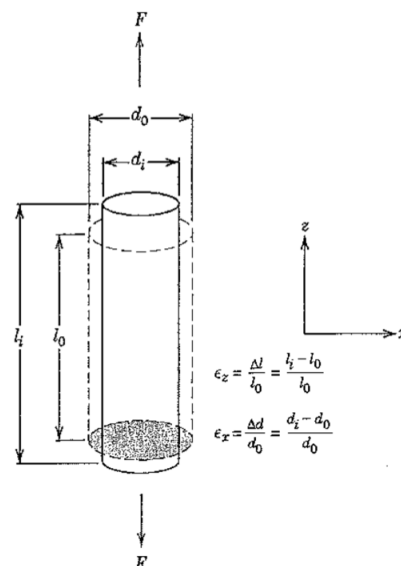


Fig. 3.22 Representação da célula unitária através de esferas rígidas para uma estrutura cristalina cúbica simples.

Questão 1) [3,3] Uma tensão de tração deve ser aplicada ao longo de um eixo referendo ao comprimento de um bastão cilíndrico de latão, que possui um diâmetro de 10 mm. Determine a magnitude da carga exigida para produzir uma alteração de $2,8 \times 10^{-3}$ mm no diâmetro. A deformação é puramente elástica.

Dados: O Latão possui módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson de 97 Gpa e 0,34, respectivamente.



Solução: Vou direto à relação que envolve a variação no diâmetro. Então verificarei o que falta para a solução.

Variação no diâmetro está associada com a deformação longitudinal através do coeficiente de Poisson ν .

$$\nu = - \frac{\epsilon_d}{\epsilon_z} \quad \epsilon_d = \frac{d - d_0}{d_0} \quad \text{e} \quad \epsilon_z = \frac{l - l_0}{l_0}$$

Alteração no diâmetro requerida é $(d - d_0) = 2,8 \times 10^{-3} \text{ mm}$, sendo $d_0 = 10 \text{ mm}$. (dados).

Como ν foi fornecido, calcula-se ϵ_z .

$$\epsilon_z = - \frac{\epsilon_d}{\nu} = - \frac{\frac{0,0028}{10}}{0,34} \approx 8,235 \times 10^{-4}$$

Significa que com esse valor de ϵ_z acontece uma redução de $2,8 \times 10^{-3} \text{ mm}$ no diâmetro.

$$\begin{aligned} \text{Mas } \sigma &= E \epsilon_z \\ \sigma &= 97 \times 10^9 \times 8,235 \times 10^{-4} \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma \approx 0,07988 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \approx 7,99 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$\text{Carga} = \text{força} \quad \Rightarrow \quad F = \sigma A \quad F \approx 7,99 \times 10^7 \times \pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow F \approx 7,99 \times 10^7 \times \pi \left(\frac{10 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 \text{ N}$$

$$F \approx 6275 \text{ N}$$

Questão 2) [3,4] Uma liga de Ferro-Carbono com estrutura cristalina CFC contendo inicialmente 0,20%p C é carbonetada a uma temperatura elevada e numa atmosfera onde a concentração de Carbono na superfície é mantida a 1,5%p. Se após 49,5 h a concentração de carbono é de 0,30%p em uma posição a 6,0 mm abaixo da superfície, determine a temperatura na qual o tratamento foi realizado.

Tempo envolvido $\Rightarrow$ Não estacionário.

$$\frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \quad (*)$$

$$C_0 = 0,20 \% \text{ peso}$$

$$C_s = 1,5 \% \text{ peso}$$

$$C_x = 0,30 \% \text{ peso} \quad \text{em } x = 0,006 \text{ m}$$

$$t = 49,5 \text{ h}$$

Obs: Queremos encontrar qual a temperatura de tratamento.
Para isso utilizaremos:

$$D = D_0 e^{-\frac{Q_d}{RT}}$$

$$T = \frac{Q_d}{R \ln \left(\frac{D_0}{D} \right)} \quad (**)$$

Dos dados e da equação (*) obtemos D.

Da tabela 2 obtemos Q_d e D_0 associados com o D encontrado.

Obs: Valores dados no quadro durante a prova.

$$\text{Obtenção de } D \Rightarrow \frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

$$\frac{0,30 - 0,20}{1,5 - 0,20} = 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

$$\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) = 0,9231$$

Obs: Se o valor não for algum dos apresentados na tabela 5.1, obtém-se o valor de $\frac{x}{2\sqrt{Dt}}$ por interpolação, como segue:

z	$\operatorname{erf}(z)$
0,55	0,5633
0,60	0,6039
0,65	0,6420
0,70	0,6778
0,75	0,7112
0,80	0,7421
0,85	0,7707
0,90	0,7970
0,95	0,8209
1,0	0,8427
1,1	0,8802
1,2	0,9103
1,3	0,9340
1,4	0,9523
1,5	0,9661
1,6	0,9763
1,7	0,9838
1,8	0,9891

$$\begin{array}{cc} 1,20 & 0,9103 \\ z & 0,9231 \\ 1,30 & 0,9340 \end{array}$$

$$\frac{z - 1,20}{1,30 - 1,20} = \frac{0,9231 - 0,9103}{0,9340 - 0,9103}$$

$$z = 0,10 \times \left(\frac{0,9231 - 0,9103}{0,9340 - 0,9103} \right) + 1,20$$

$$z = 1,254$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2\sqrt{Dt}} = 1,254$$

$$D = \frac{x^2}{4 \cdot 1,254^2 \cdot t}$$

inserindo os dados

$$D = \frac{0,006^2}{4 \cdot 1,254^2 \cdot 49,5 \cdot 3600} = 3,2 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$$

Vamos utilizar este resultado em

$$T = \frac{Q_d}{R \ln\left(\frac{D_0}{D}\right)} \quad (**)$$

Recorremos à tabela 5.2. para $Q_d = 148000 \text{ J/mol}$ e $D_0 = 2,3 \times 10^{-5}$.

Nota: $\text{Fe CFC} \equiv \text{Fe-}\gamma$.

$$\Rightarrow T = \frac{148000}{8,31 \ln\left(\frac{2,3 \times 10^{-5}}{3,2 \times 10^{-31}}\right)} = \frac{148000}{8,31 \times \left[\ln\left(\frac{2,3}{3,2}\right) + 6 \ln(10)\right]}$$

$$T \approx 1321 \text{ K}$$

Questão 3) [3,3] Admita que exista algum metal hipotético que exibe comportamento ferromagnético e que possui (1) uma estrutura cristalina cúbica simples (Figura ao lado), (2) um raio atômico de 0,153 nm e (3) uma densidade de fluxo de saturação de 0,76 tesla. Determine o número de magnétons de Bohr (μ_B) por átomo para este material. $\mu_B = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$

OBS: Para ferromagnéticos na saturação $M \gg H$

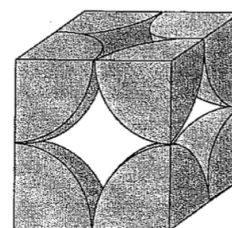


Fig. 3.22 Representação da célula unitária através de esferas rígidas para uma estrutura cristalina cúbica simples.

Se encontrarmos a magnetização (momento magnético por unidade de volume) e dividirmos o seu valor por uma unidade de momento magnético (no caso o magneton de Bohr μ_B) teremos o número de μ_B por unidade de volume. Multiplicando isso pelo volume da célula unitária teremos o número de μ_B dentro da célula. Então é só dividir por quantos átomos existem dentro de uma célula.

Obter M :

$$B = \mu_0 (H + M) \quad \text{"Como são colineares podemos usar os módulos"}$$

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H$$

Dos dados: $B = 0,76 \text{ T}$

$H = ? \Rightarrow \text{Como } M \gg H \Rightarrow H \text{ pode ser desprezado.}$

$$\Rightarrow M = \frac{0,76}{1,257 \times 10^{-6}} \frac{T}{T_{\text{m}}} A$$

$$M = 0,6046 \times 10^6 \text{ A/m}$$

$$M = 6,046 \times 10^5 \frac{\text{A m}^2}{\text{m}^3}$$

Dividindo por μ_B

$$\text{N}^\circ \text{ de } \mu_B \text{ por m}^3 = \frac{0,6046 \times 10^5}{9,27 \times 10^{-24}} \mu_B / \text{m}^3$$

$$\text{N}^\circ \text{ de } \mu_B \text{ por m}^3 = 6,522 \times 10^{27} \mu_B / \text{m}^3$$

$$\text{N}^\circ \text{ de } \mu_B \text{ dentro da célula} = 6,522 \times 10^{27} \times V_{\text{cel}} \cdot \mu_B \quad *$$

Obtenção de V_{cel} :

$$V_{\text{cel}} = a^3 \quad \text{onde } a = \text{aresta} ; \quad a = 2r$$

$\hookrightarrow$ raio atômico

$$V_{\text{cel}} = (2r)^3$$

$$V_{\text{cel}} = (2 \times 0,153 \times 10^{-9})^3 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{cel}} = 0,02865 \times 10^{-27} \text{ m}^3 \quad \text{em } *$$

$$\text{N}^\circ \text{ de } \mu_B \text{ dentro da célula} = 6,522 \times 10^{27} \times 0,02865 \times 10^{-27} \mu_B$$

$$\text{N}^\circ \text{ de } \mu_B \text{ dentro da célula} = 1,87 \mu_B \text{ em uma célula.}$$

Como cada célula possui um único átomo:

$$\text{N}^\circ \text{ de } \mu_B \text{ por átomo} = 1,87 \mu_B$$