

* A interação magnética - Breve revisão dos conceitos básicos.

De onde vem o magnetismo?

Dado um referencial de observação - o laboratório, por exemplo. Observa-se dois tipos de interação associados às cargas elétricas.

1) Interação entre cargas do tipo $\vec{F}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \vec{r}_{2,1}$

onde q_i = carga elétrica da carga i ($i = 1$ ou 2), $\vec{r}_{2,1}$ o vetor distância da carga ② $\xrightarrow{\vec{r}}$ ① e $r = |\vec{r}_{2,1}|$.

Trata-se da interação Coulombiana e ocorre entre quaisquer portadores de carga elétrica líquida.

Vale frisar que as partículas interatômicas portadoras de carga elétrica são os prótons com carga positiva (por definição) $q_{\text{prot}} = +1,6 \times 10^{-19}$ Coulomb e os elétrons com carga negativa $q_{\text{eletrom}} = -1,6 \times 10^{-19}$ Coulomb.

A unidade Coulomb é definida em homenagem ao pesquisador Charles Augustin de Coulomb. O Coulomb não é definido como proporcionalidade ou como relação entre outras grandezas físicas. Desta forma, não se faz necessário expressá-la em termos de outros parâmetros físicos tais como, por exemplo, se faz com

trabalho $W = F \cdot d$, $W = \text{Joule}$ e $[J] = [N \cdot m]$

Corrente $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, Ampère $\Rightarrow [A] = \left[\frac{\text{Coul.}}{\text{seg}} \right]$

$\Rightarrow$ A carga elétrica é uma intensidade intrínseca dos prótons e elétrons e, em princípio, poderíamos associar qualquer valor numérico à carga de um elétron, tal que a constante de proporcionalidade entre carga e força

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Na equação acima pode-se atribuir quaisquer valores para as cargas. Mede-se a força entre elas e ajusta-se o k para que a igualdade seja satisfeita.

Resumindo, Um Coulomb é apenas um Coulomb. Como $[F] = \text{Newton}$ e $[r] = \text{metro}$

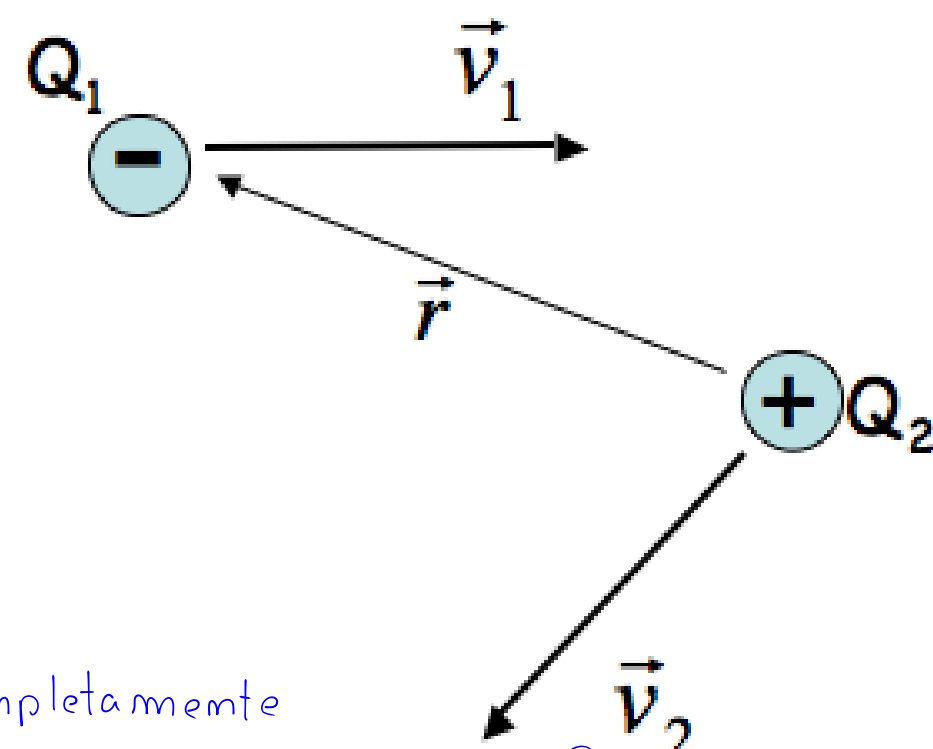
$\Rightarrow [k] = \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ e fica tudo certo.

A constante $[k]$ paga o preço das definições independentes (isso no SI).

2) Interação entre cargas em movimento.

Cargas elétricas apresentam (relativamente a um referencial inercial - laboratório) uma interação com características diferenciadas relativamente à interação Coulombiana, brevemente descrita acima. Uma interação entre cargas que depende do movimento de ambas as cargas relativamente ao referencial de observação.

⇒ Considere duas cargas q_1 e q_2 com velocidades v_1 e v_2 , relativamente ao laboratório.

$$\vec{F}_{(em\ 2\ devido\ 1)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{v}_2 \times (\vec{v}_1 \times \hat{r}_{12}) \quad (*)_1$$


Neste ponto é de maior importância entender-se completamente a equação acima. Sua forma final é resultado de observações experimentais. Perceba que só existe força magnética entre cargas em movimento com relação ao laboratório - $F=0$ se v_1 ou $v_2=0$. Adicionalmente a intensidade e o sentido de $\vec{F}$ depende das intensidades e sentidos de $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, bem como das cargas. Trata-se de uma interação diferente da Coulombiana a qual só depende das cargas e distância entre as cargas.

Após esta breve introdução vamos considerar que o leitor possui certa familiaridade com algumas das principais consequências da relação $(*)_1$ acima. Por exemplo, do ponto de vista da carga q_2 ela sente uma força e pode atribuir esta força ao campo de ação de alguma outra carga em movimento. Definindo-se este campo de ação como $\vec{B}$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = q_2 \vec{v}_2 \times \vec{B} \quad (*)_2$$

⇒ Comparando $(*)_2$ com $(*)_1$ conclui-se que

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot q_1 \cdot \vec{v}_1 \times \hat{r} \quad (*)_3$$

Em geral se escreve $\vec{F}_M = q \vec{v} \times \vec{B}$ como sendo a força magnética sobre uma carga q devido ao campo magnético $\vec{B}$ (ou equivalentemente, ao movimento de outras cargas na "vizinhança")

A relação $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot q \vec{v} \times \hat{r}$ "permite" calcular-se o campo originado por cargas em movimento.

Exemplo: Calcule o campo a uma distância $\vec{r}$ de um fio retilíneo muito longo.

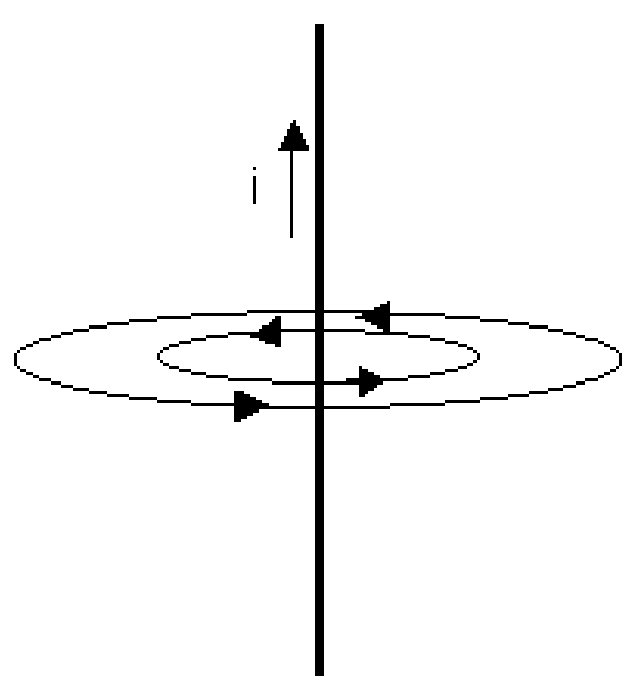


Figura em perspectiva

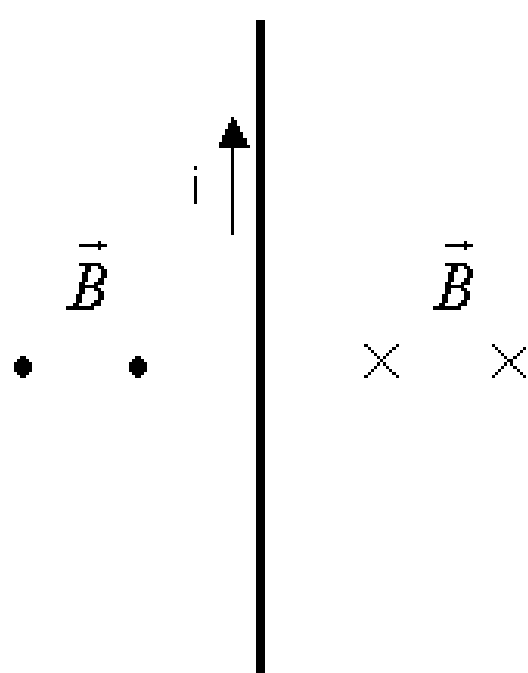
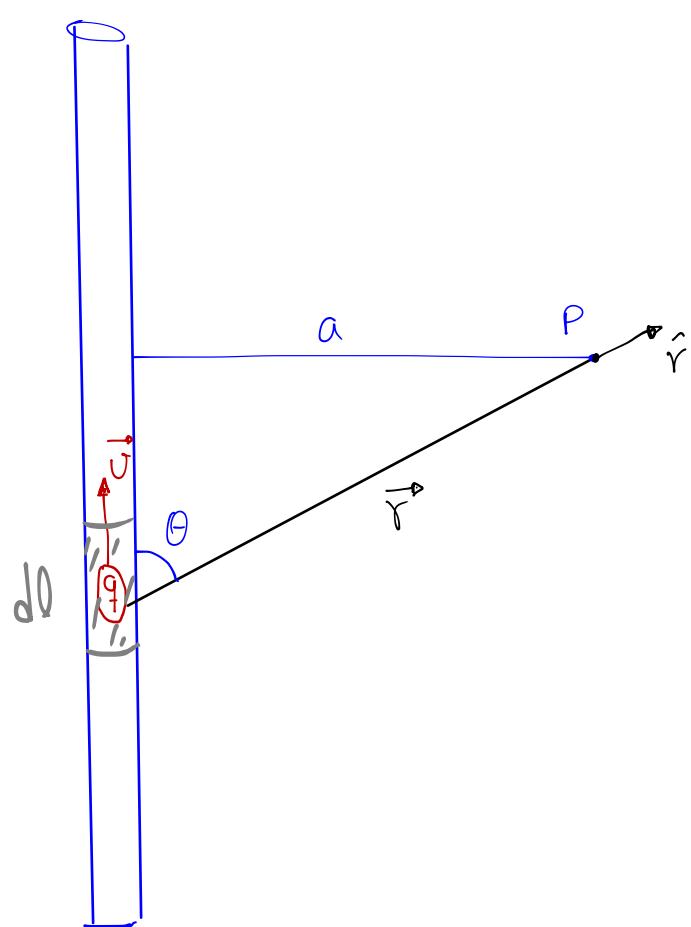


Figura no plano

Solução:



Cada carga passando na região rachurada produz um campo no ponto P dado por

$$\vec{B}_q = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

Mas em um fio não passa uma única carga mas uma certa quantidade N dentro da região rachurada. Adicionalmente a região rachurada é apenas a contribuição de um pequeno trecho dl do fio

Para este trecho dl vamos computar o campo de todas as cargas em seu interior como $d\vec{B}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot \left(\sum_i q_i \cdot \vec{v}_i \times \hat{r} \right)$$

$$\text{mas } v_i = \frac{dl}{\tau}$$

"velocidade é a distância dl dividida pelo tempo τ para percorrê-la"

$\Rightarrow$ Assumido $d\vec{l}$ no mesmo sentido que $\vec{v}_i \Rightarrow$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot \left(\sum_i q_i \cdot \frac{d\vec{l}}{\tau} \times \hat{r} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot \left(\frac{\sum_i q_i}{\tau} \right) \cdot d\vec{l} \times \hat{r}$$

Mas $\sum_i q_i$ = carga total dentro de dl e τ = tempo para essa carga ultrapassar dl.



Portanto $\sum_i q_i = i$, sendo i a corrente elétrica (Quantos Coulombs passam por segundo através de uma seção transversal do fio).

$$\Rightarrow \vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot i \, d\vec{l} \times \hat{r}$$

Finalmente o campo total é resultado da contribuição de todos os $d\vec{l}$ através do fio

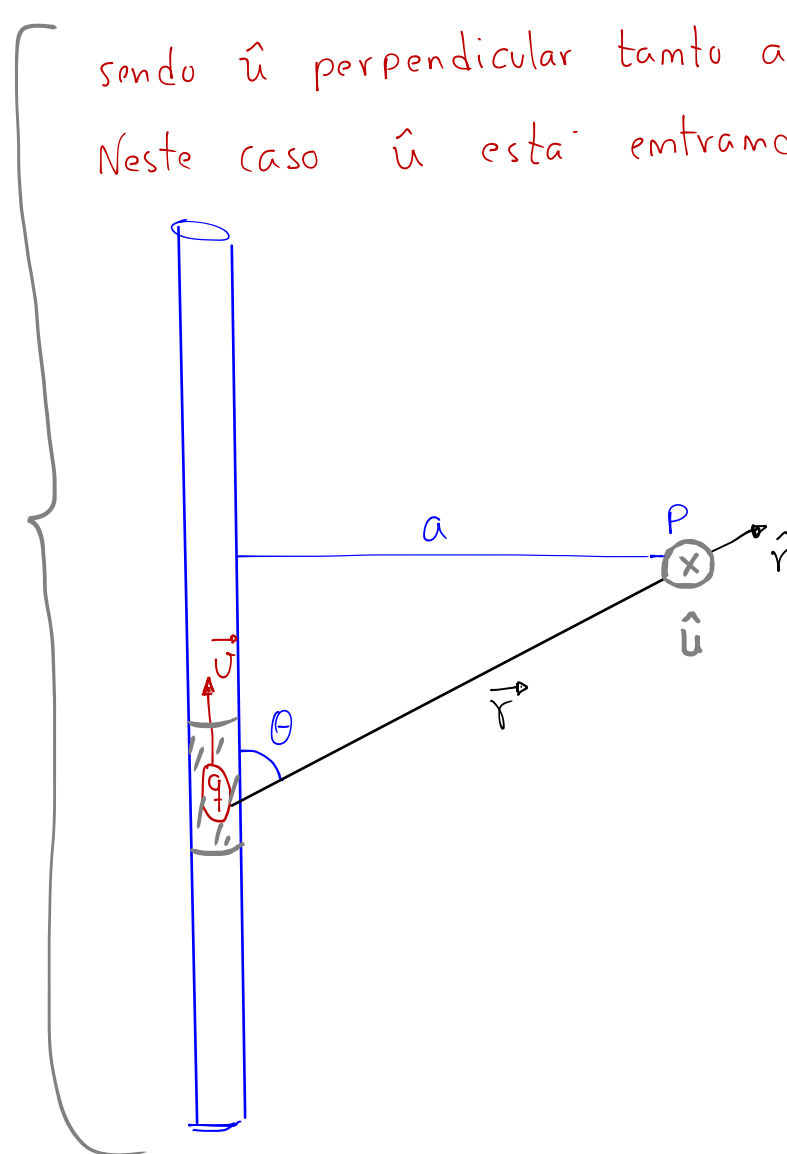
note que $d\vec{l} \times \hat{r} = dl \cdot \sin(\theta) \hat{u}$

também:

$$\sin(\theta) = \frac{a}{r}$$

$$r = \frac{a}{\sin(\theta)}$$

sendo $\hat{u}$ perpendicular tanto a $d\vec{l}$ quanto a $\hat{r}$.
Neste caso $\hat{u}$ está entrando na página.

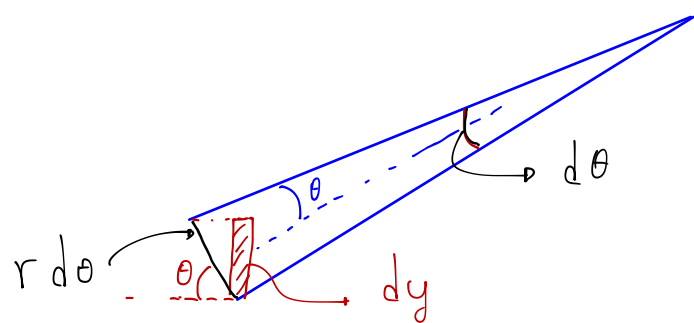


$$\Rightarrow \vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{1}{\frac{a^2}{\sin^2(\theta)}} dl \sin(\theta) \hat{u} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a^2} \sin^2(\theta) \cdot \sin(\theta) dl \hat{u}$$

O campo total é $\vec{B} = \int_{\text{todo fio}} d\vec{B} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 i}{4\pi a^2} \sin^2(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot dy \hat{u}$ fizemos $dl = dy$

Aqui usamos os limites de integração $-\infty \rightarrow \infty$ porque consideramos um fio muito longo

Para cada ponto y temos um θ diferente.



$$\Rightarrow \begin{aligned} dy \cos(90 - \theta) &= r d\theta \\ \text{ou } dy \sin(\theta) &= r d\theta \\ dy &= \frac{r d\theta}{\sin(\theta)} \end{aligned}$$

(como $r = a/\sin(\theta)$)

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a^2} \int \frac{\sin^2(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot a}{\sin^2(\theta)} d\theta \hat{u} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta \hat{u}$$

$y \text{ em } -\infty \quad \theta \rightarrow 0$
 $y \text{ em } \infty \quad \theta \rightarrow \pi$ } veja a figura.

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left[-\cos(\theta) \right]_0^\pi = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \left[-\cos(\pi) - (-\cos(0)) \right]$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} [1 + 1]$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \hat{u}$$

— " —

De forma semelhante, e bem mais simples, pode-se calcular o campo no centro de uma espira de corrente

Como todos os dl's estão a uma mesma distância do centro //

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} d\vec{l} \times \hat{r}$$

$r = \text{cte}$

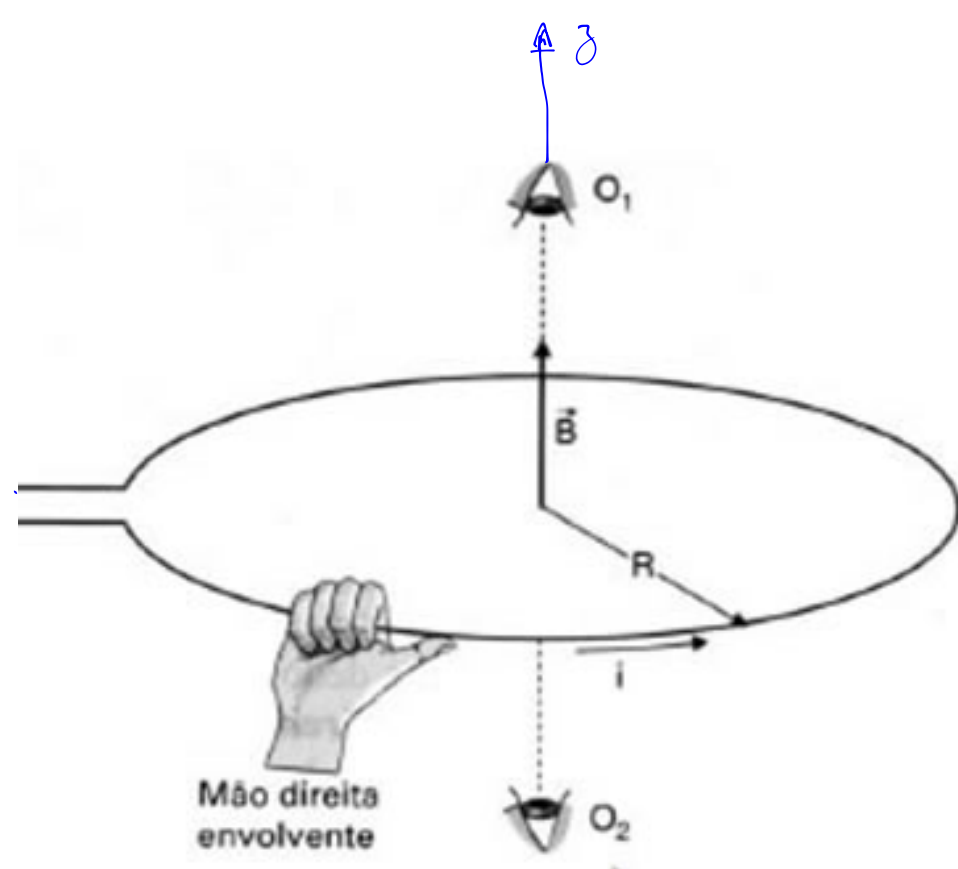
$$\text{e } d\vec{l} \times \hat{r} = dl \cdot 1 \cdot \sin(90^\circ) \hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \oint dl \hat{k} \quad \text{Mas } \oint dl = 2\pi r$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} 2\pi r \hat{k} = \frac{\mu_0 i}{2r} \hat{k}$$

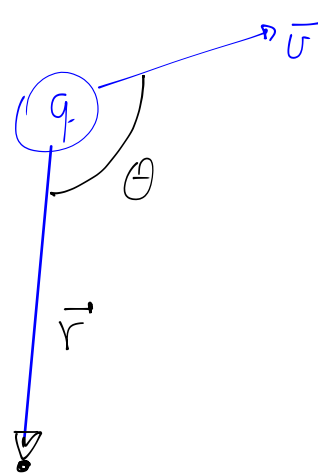
Obs: O detalhe que associa este cálculo ao magnetismo dos materiais é que a origem do magnetismo nos materiais está nos movimentos orbital e de spin dos elétrons.

O movimento orbital produz um efeito espira (como acima) tal que um elétron orbitando de um núcleo produz um campo magnético. Quando este campo não é neutralizado por outros elétrons do mesmo átomo orbitando em sentido contrário, então temos um átomo magnético (Como um pequeno ímã permanentemente).



Vimos que $\vec{B}$ é definido como força por unidade de carga e por unidade de velocidade perpendicular:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot q_1 \vec{v}_1 \times \hat{r}$$



Uma carga com velocidade $\vec{v}$ sob a influência de $\vec{B}$ sofre uma força

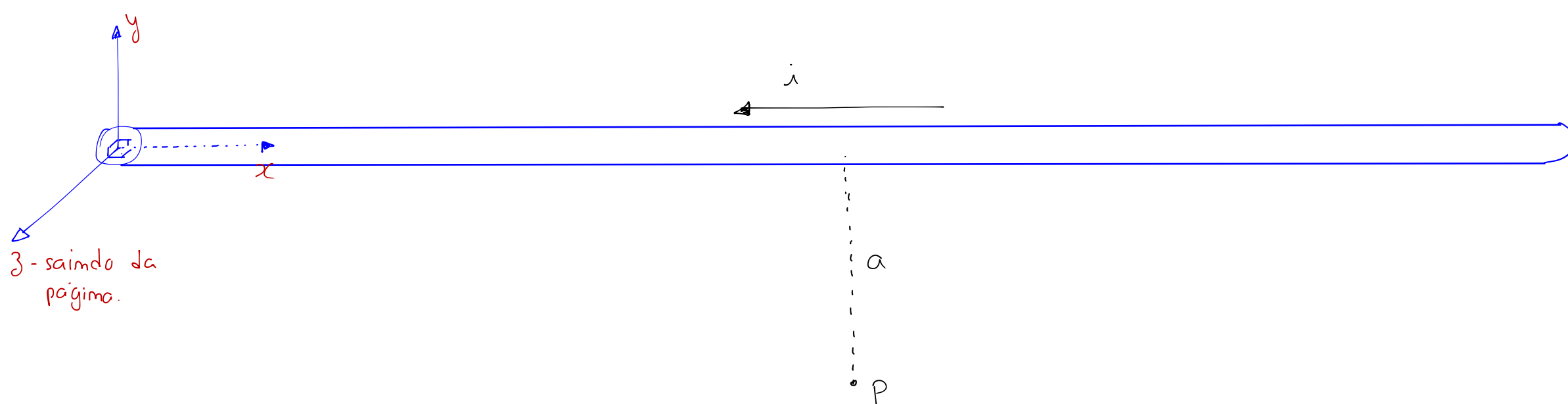
$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad \rightarrow \text{Para } q = 1C \text{ e } \vec{v} = 1 \frac{m}{s} \hat{u} \text{ sendo } \hat{u} \text{ perpendicular a } \vec{v}_1 \text{ e } \vec{r}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = B.$$

Aqui B é definido após a definição das cargas, tal que uma constante de proporcionalidade de μ_0 se faz necessária para acoplar as unidades e a intensidade da força medida em um experimento.

Por outro lado, sabe-se que uma corrente produz um efeito no espaço (o campo). Define-se alternativamente um campo — denotado intensidade magnética $\vec{H}$ — como sendo o resultado direto da corrente que o produz — sem a necessidade de uma constante de acoplamento.

Exemplo: Consideremos um fio retilíneo longo. Vamos redefinir campo como função exclusivamente das grandezas intrínsecas que o produzem.



Antes havíamos definido o campo (fluxo magnético) $\vec{B}$ a partir das cargas em movimento pelo fio.

Obtivemos

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \hat{k}$$

Agora vamos dizer que

$$\vec{H} = \frac{i}{2\pi a} \hat{k} \quad ; \quad \text{e chamar } \vec{H} \text{ de intensidade magnética}$$

Note que aqui usa-se apenas a corrente e a distância para definir-se campo de forma direta. Assim $[H] = \frac{\text{Ampère}}{\text{metro}}$. E não tem a ver com força.

Contudo, $\vec{B}$ e $\vec{H}$ estão ligados por

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\text{Neste caso } \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \hat{k}.$$

—“—

Chama-se, comumente $H \longrightarrow$ Campo magnético

$B \longrightarrow$ Indução Magnética ou densidade de fluxo magnético.

Nota: Estas duas definições ligeiramente diferentes para algo que nos parece a mesma “coisa” costuma criar confusão nos estudantes e até mesmo em professores e pesquisadores. De fato representam um conceito físico similar (*mesma física*) porém, devido às suas definições baseadas em parâmetros diferentes, possuem unidades diferentes.

$$\text{Enquanto } [B] = \text{Tesla} = \frac{N}{A \cdot m}$$

$$\text{lembre: } [B] = \frac{\text{Força}}{\text{Carga} \times \text{velocidade}} = \frac{N}{\text{Coul.} \times \frac{m}{s}} = \frac{N}{\frac{C}{s} \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m}$$

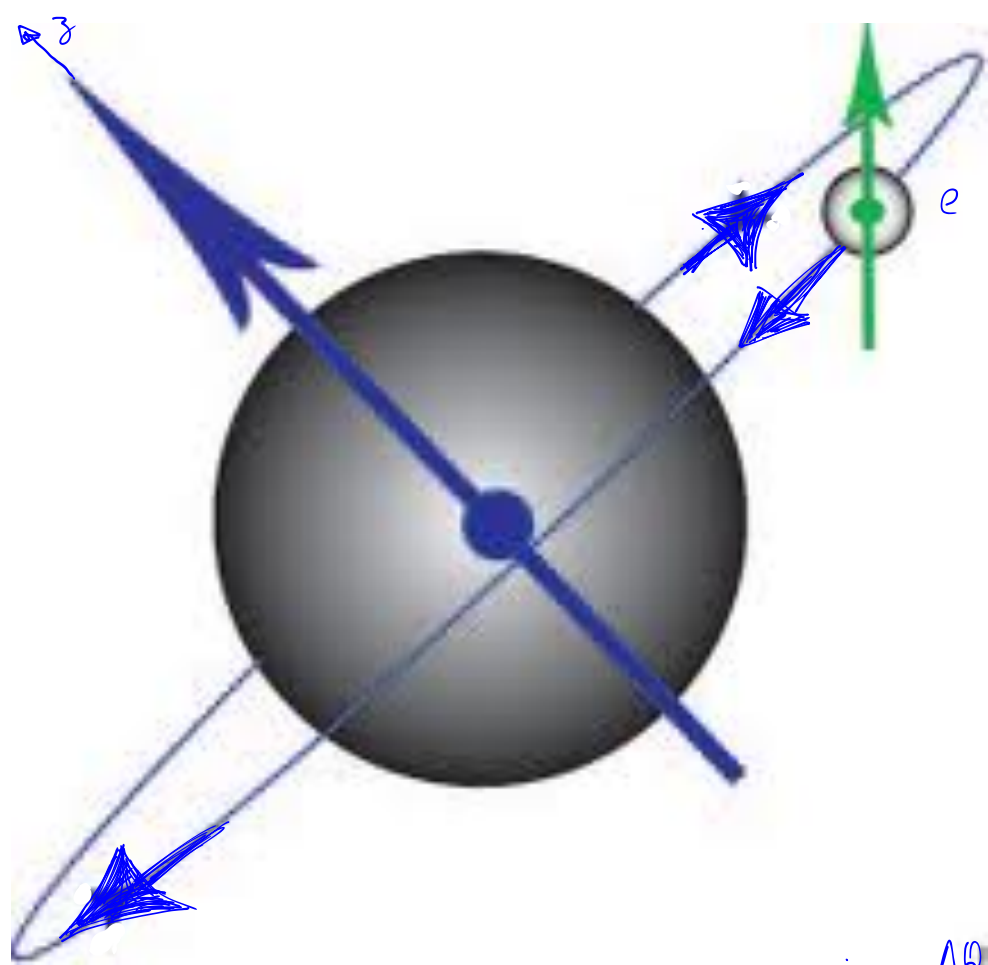
$$[H] = \frac{A}{m}$$

Ou seja, pode-se trabalhar com $\vec{H}$ ou $\vec{B}$ pois se equivalem a menos de uma constante (μ_0 SI). Porém deve-se ter cuidado quando relacioná-los com outras grandezas físicas (*Força, corrente, etc.*), restando-se atenção nas unidades de medida.

Magnetização

Cada átomo em um sólido pode comporta-se como uma espira de corrente, produzindo um campo magnético.

Exemplo:



Cálculo do campo produzido por um elétron orbitando um núcleo, em uma trajetória circular de raio r .

⇒ trata-se de uma espira circular

$$\Rightarrow \vec{H}_{\text{átomo}} = \frac{i}{2r} \hat{k} \quad (1) \quad \text{"Como a carga do elétron é negativa, a corrente é inversa ao seu movimento."}$$

Cálculo de i

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{e}{T}, \quad T = \text{período}$$

$T = ?$

$$v = \frac{\Delta s}{T} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\Rightarrow i = \frac{e v}{2\pi r} \quad (2)$$

Para uma órbita estável $\Rightarrow F_c = \frac{m_e v^2}{r}$ sendo F_c a força de atração pelo núcleo

(assim como Terra ao redor do Sol).

Para um núcleo com carga líquida $q \rightarrow F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot e}{r^2}$ "em módulo"

$$\Rightarrow \frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q e}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{q e}{4\pi\epsilon_0 m_e r}}$$

em (2)

$$i = \frac{e}{2\pi r} \sqrt{\frac{q e}{4\pi\epsilon_0 m_e r}} = \sqrt{\frac{q e^2}{16\pi^3 \epsilon_0 m_e r^3}} \quad \text{em (1)}$$

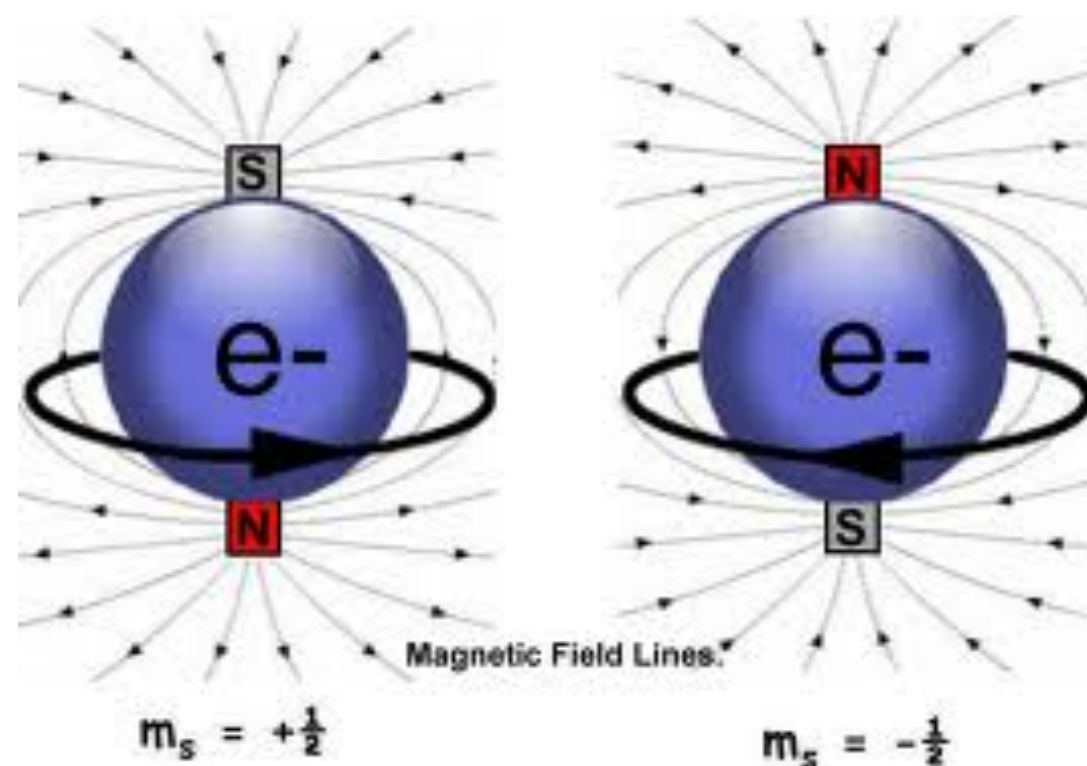
$$\vec{H} = - \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{q e^2}{16\pi^2 \epsilon_0 m_e r^3}} \hat{k} \quad \vec{H} = - \sqrt{\frac{q e^2}{64 \cdot \pi^2 \epsilon_0 m_e r^5}} \hat{k}$$

Assim, cada átomo produz um campo $\vec{H}$.

Nota: O campo total $\vec{H}$ de um átomo possui outras contribuições como:

★ Contribuição de Spín

Elétrons possuem um campo H_s intrínseco como se mantivessem sempre o mesmo giro em volta de si mesmo (como um pião).



★ Contribuição nuclear

Assim como os elétrons, os prótons e nêutrons no núcleo não são estáticos. Possuem movimentos orbitais e de spin. Contudo sua contribuição para o átomo é muito menor que a dos elétrons e só são levadas em conta em casos de grande precisão nas medidas experimentais.

— " —

O momento magnético e a magnetização. (definições).

Magnetização: Vamos considerar $\vec{H}_{\text{átomo}}$ como sendo o campo total (considerando todas as contribuições) produzido por um átomo.

Magnetização $\vec{M}$ é definida como $\vec{H}_{\text{atômico}}$ em uma unidade de volume. Assim, para o caso particular de todos os átomos magneticamente alinhados, temos

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{H}_i, \quad \text{sendo } n \text{ o número de átomo por unidade de volume e } \vec{H}_i \text{ o campo produzido por um átomo.}$$

Momento Magnético $\vec{\mu}$ de um átomo.

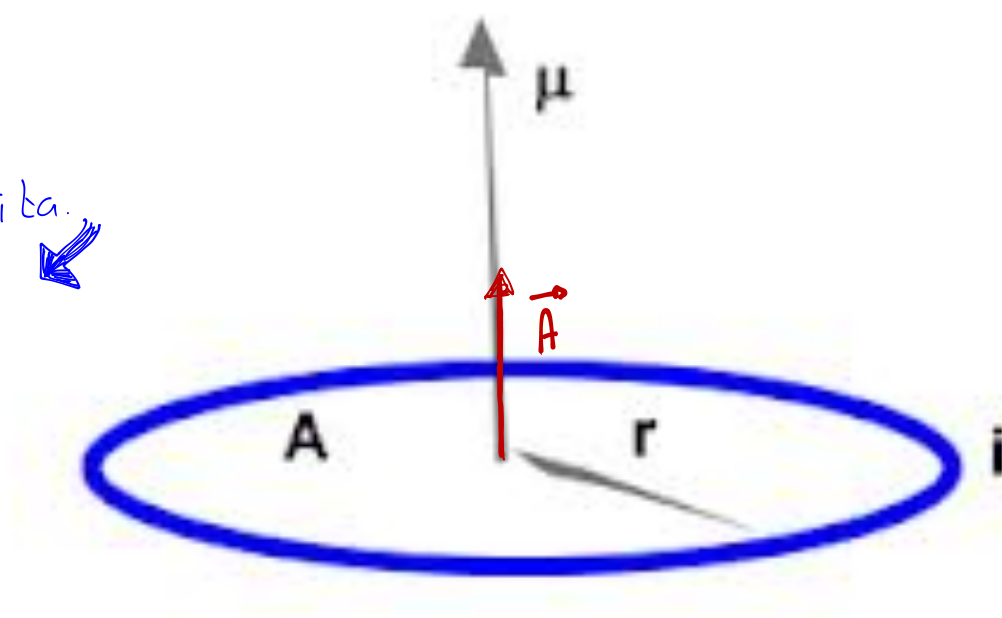


Momento Magnético $\vec{\mu}$ de um átomo.

Não é comum calcular-se a magnetização em função de $\vec{H}_{\text{átomo}}$ como feito na página anterior. Define-se momento magnético de uma espira (não necessariamente circular) como

$$\vec{\mu} = i \cdot \vec{A}$$

sendo o sentido de $\vec{\mu}$ definido pela regra da mão direita.



"Em princípio $\vec{\mu}$ não parece ter relação com $\vec{H}_{\text{átomo}}$

$$\Rightarrow \vec{H}_{\text{orbital}} = \frac{i}{2r} \hat{A} \quad (1)$$

$\Rightarrow \vec{\mu} = i \cdot \vec{A} \quad (2)$; realmente possuem dimensões diferentes. Contudo a magnetização em termos de $\vec{\mu}$ é definida pela divisão da quantidade do $\vec{\mu}$ em um volume V pelo volume V .

$$\vec{M}_{\vec{\mu}} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i \quad (3) \quad \text{"Para um volume dentro do qual todos os } \vec{\mu}_i \text{ estão alinhados no mesmo sentido"}$$

$$\text{e } \vec{M}_{\vec{H}} = \sum_{i=1}^N \vec{H}_i \quad (4)$$

$\Rightarrow (3)$ e (4) possuem a mesma dimensão A/m . "Verifique".

Em princípio, poderíamos trabalhar com qualquer uma das duas definições de magnetização. Historicamente, percebeu-se vantagens técnicas em se trabalhar com

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i \quad (5)$$

★ Por exemplo, uma vantagem em utilizar $\vec{\mu}$ em vez de $\vec{H}_{\text{átomo}}$ aparece quando se calcula o torque que um campo produz sobre um átomo (ou uma espira de corrente), como segue:

Vamos calcular o torque em uma espira retangular, por facilidade.

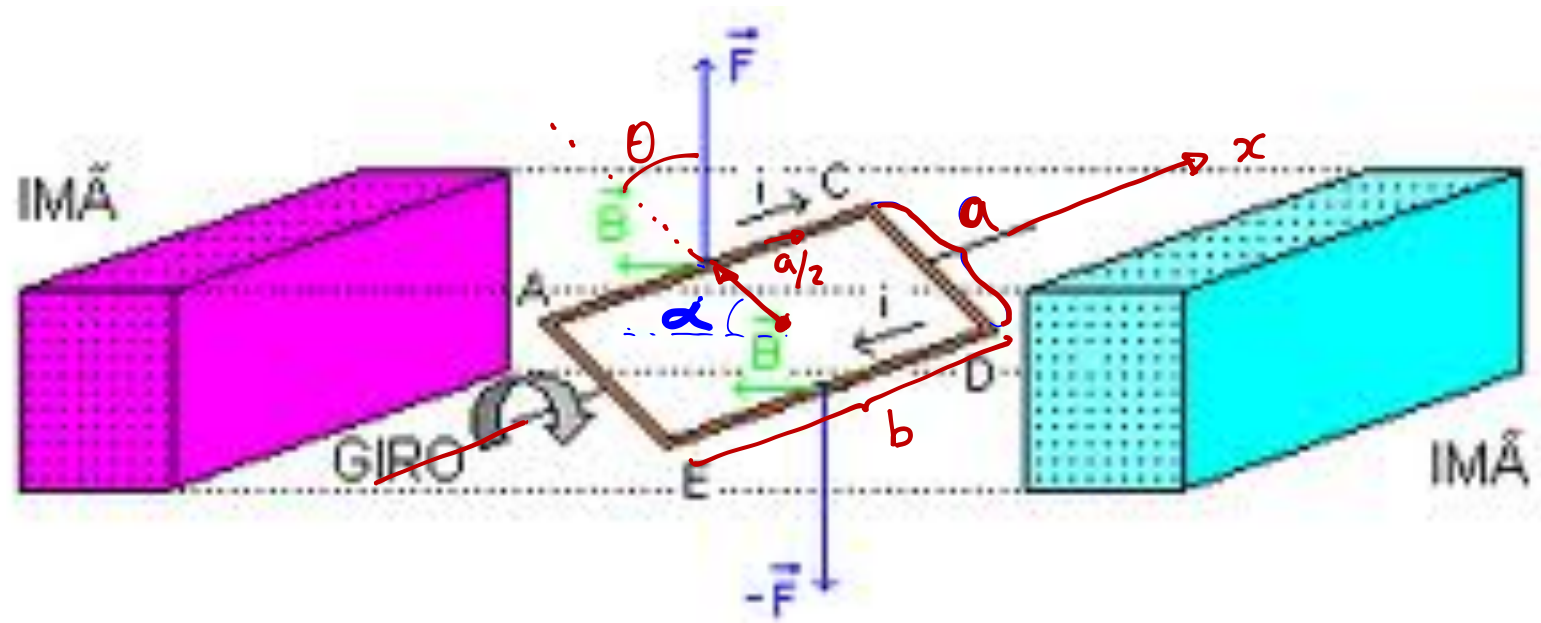


Fig.14

Os torques em $\overline{EA}$ e $\overline{CD}$ se cancelam, sobrando os torques (torque = força de giro) em $\overline{AC}$ e $\overline{DE}$

$$\vec{T}_{AC} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{a}{2} F \cdot \sin(\theta) \hat{i}$$

$$F = i B b$$

$$\vec{T}_{AC} = \frac{a}{2} b i B \sin(\theta) \hat{i}$$

$$\vec{T}_{DE} = \frac{a b}{2} i B \sin(\theta) \hat{i}$$

$$\vec{T} = \vec{T}_{AC} + \vec{T}_{DE}$$

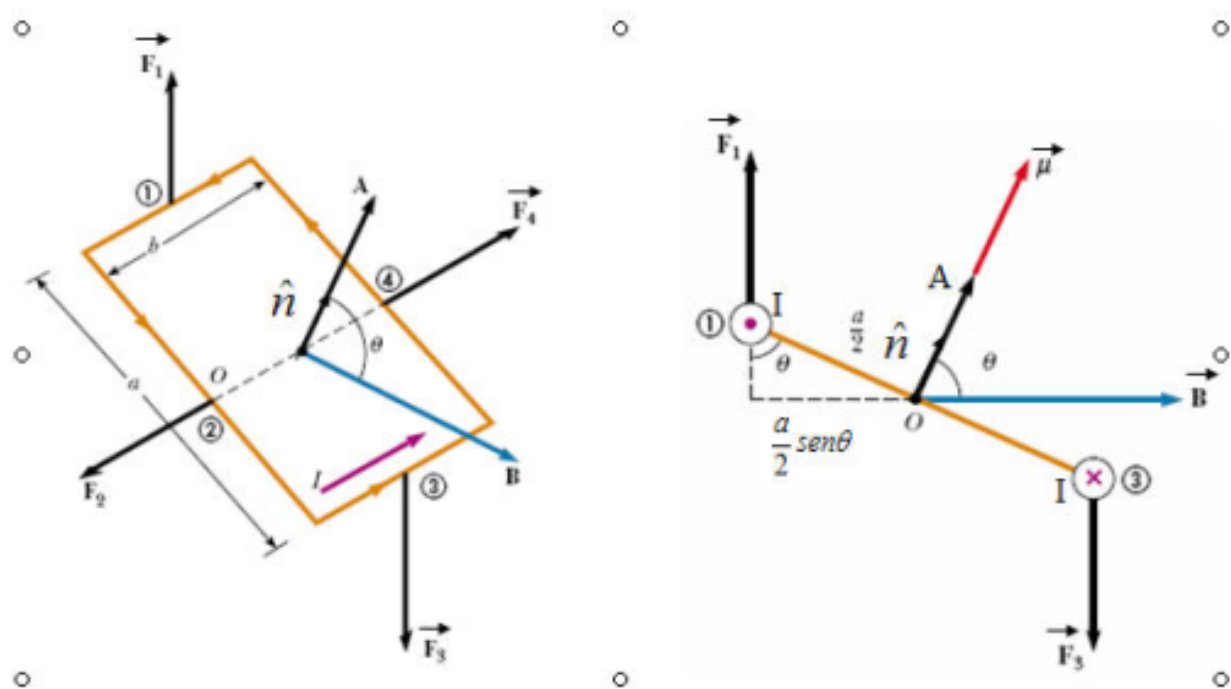
$$\vec{T} = a b i B \sin(\theta) \hat{i}$$

Mas $ab = \text{Área da seção retangular}$

$$\Rightarrow \vec{T} = A \cdot i \cdot B \sin(\theta) \hat{i}$$

$$\text{fazendo } \vec{\mu} = i \vec{A}$$

$$\Rightarrow \vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



obs: Pode-se mostrar que esta expressão é válida para qualquer forma de espira, tal que

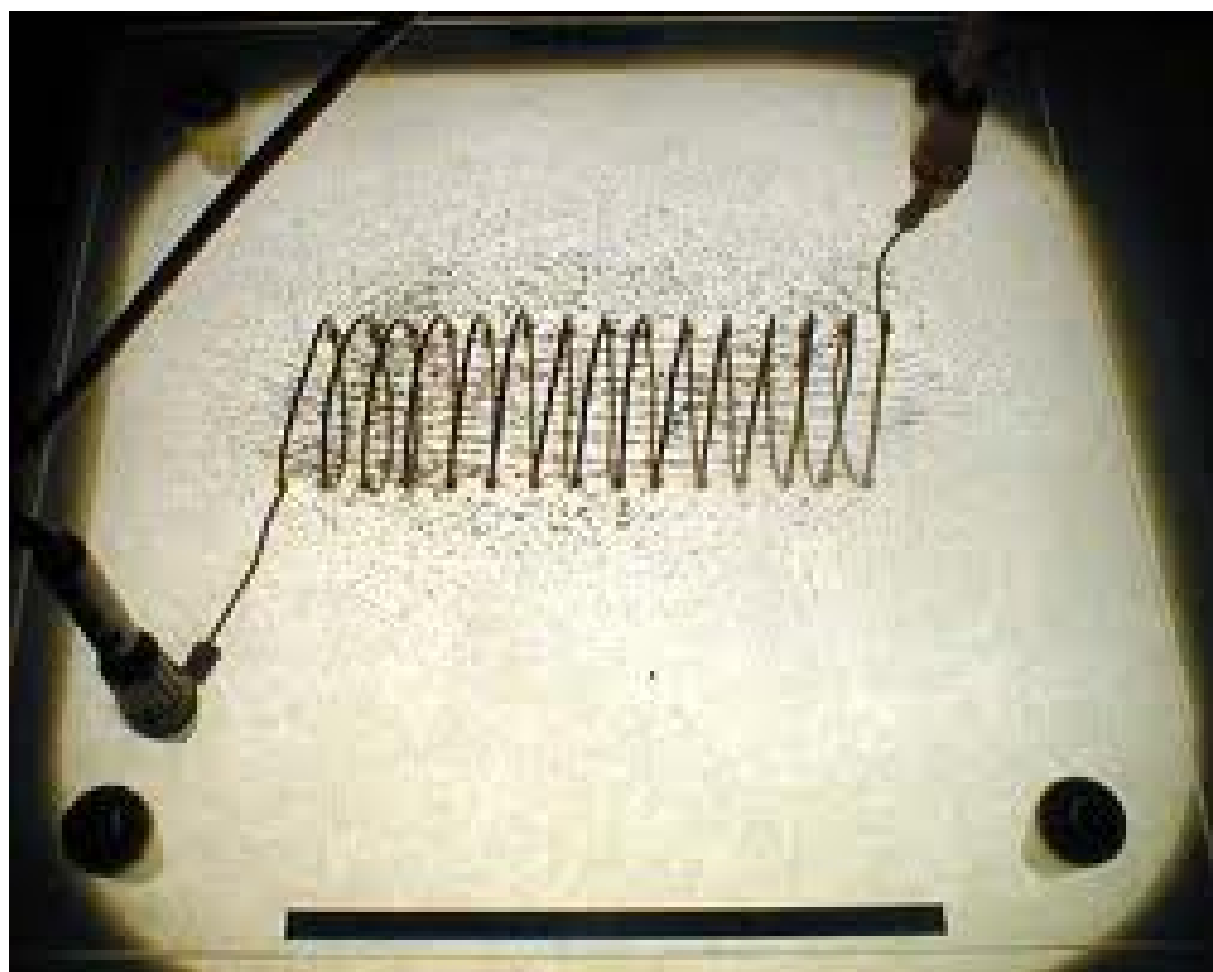
$\vec{\mu} = i \vec{A}$ sendo $|\vec{A}|$ a área delimitada pela espira.

Para um elétron orbitando em um raio r , portanto, $\vec{\mu} = i \cdot \pi r^2 \hat{n}$, sendo $\hat{n}$ um vetor unitário perpendicular ao plano da órbita descrita pelo elétron.

Procedimentos experimentais:

Experimentos visando obter-se informações magnéticas de um material sólido são realizados através da aplicação de um campo externo sobre um sólido e verificando-se como o sólido responde ao campo externo.

Os campos externos são, em geral, estabelecido de forma controlada através de fios com corrente controlada



O campo externo é comumente o $\vec{H}$, visto que é produzido por correntes em espiras.

Este campo $\vec{H}$ quando atua sobre um sólido interage com os momentos magnéticos $\vec{\mu}$ dos átomos que o compõem promovendo tendência de alinhamento devido ao torque.

Após a ação do campo, em um ponto dentro da amostra passa-se a ter a soma de duas intensidades de campo:

↳ a do $\vec{H}$ externo aplicado e dos $\vec{\mu}$ atômicos alinhados.

⇒ Portanto, em um ponto interno ao material temos um campo resultante da soma

$$\vec{H} + \vec{M}, \quad \text{sendo } \vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i \quad \text{a contribuição do material, sua magnetização.}$$

No sistema internacional de unidades opta-se por denotar o campo efetivo resultante por $\vec{B}$.

Porém, como vimos, para que $\vec{B}$ tenha mesma dimensão de $\vec{H}$ e $\vec{M}$ é necessário "retirar" sua constante μ_0 .

$$\vec{H}_{\text{efetivo}} = \vec{H}_{\text{ext.}} + \vec{M}$$

$$\vec{H}_{\text{efetivo}} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{M} \quad , \text{ no SI.}$$

Obs: Como $\vec{B}$ é o resultante $\Rightarrow$ é também chamado de indução magnética.

Quando aplica-se um campo em um material magnético, este tende a alinhar seus momentos magnéticos tal que, como vimos,

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (1), \text{ mas } \vec{M} \text{ cresce com } \vec{H}, \text{ afinal é } \vec{H} \text{ que provoca o alinhamento.}$$

⇒ Dentro de pequenas variações de $\vec{H}$, tal que $\vec{M}$ aumenta linearmente com $\vec{H}$, pode-se escrever

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}. \quad (2)$$

A constante de proporcionalidade é denotada susceptibilidade magnética χ_m .

Nota: χ_m é uma característica do material, pois cada material responde de forma diferente ao campo externo.

⇒ (2) em (1)

$$\vec{B} = \mu_0 [\vec{H} + \chi_m \vec{H}]$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

Define-se $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$ como a permeabilidade magnética do meio onde $\vec{H}$ é aplicado.

Notar que no vácuo (ausência de matéria) $\Rightarrow \chi_m = 0$ e $\mu = \mu_0$ = permeabilidade do vácuo.

Adicionalmente, se $\chi_m = \text{zero}$

⇒ $\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H}$, ou seja, $\vec{B}$ e $\vec{H}$ só diferem pela constante que separa suas definições.

✚ Uma característica comum para classificar materiais é a comparação de sua permeabilidade com a do vácuo. Assim define-se permeabilidade relativa por

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

- 1) Diamagnetismo
- 2) Paramagnetismo
- 3) Ferromagnetismo
- 4) Antiferromagnetismo
- 5) Ferrimagnetismo
- 6) Supercondutividade.

Vimos que em um ponto do espaço o campo efetivo $\vec{B}$ é dado por

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1)$$

$$\text{onde } \mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

de (1) Percebe-se que dependendo do valor de χ_m o campo local induzido pode:

- Ser muito maior que o aplicado se $\chi_m \gg 0$
- Ser pouco superior ao campo $\vec{H}$ aplicado, se $\chi_m \gtrsim 0$
- Ser pouco menor que $\vec{H}$, se $\chi_m \lesssim 0$
- Ser muito menor, se $\chi_m \ll 0$. (Não ocorre)
- Supercondutores $\chi = -1$

As possibilidades acima são apenas hipóteses iniciais. Resta agora realizar-se experimentos e verificar-se os tipos de materiais magnéticos que existem na natureza.

Diamagnetismo:

Ao aplicar-se um campo $\vec{H}$ em qualquer material necessariamente ocorre uma variação de campo desde $\vec{0}$ até $\vec{H}$. (antes de aplicar $H=0$; depois $H=H$, portanto variou de $0 \rightarrow H$)

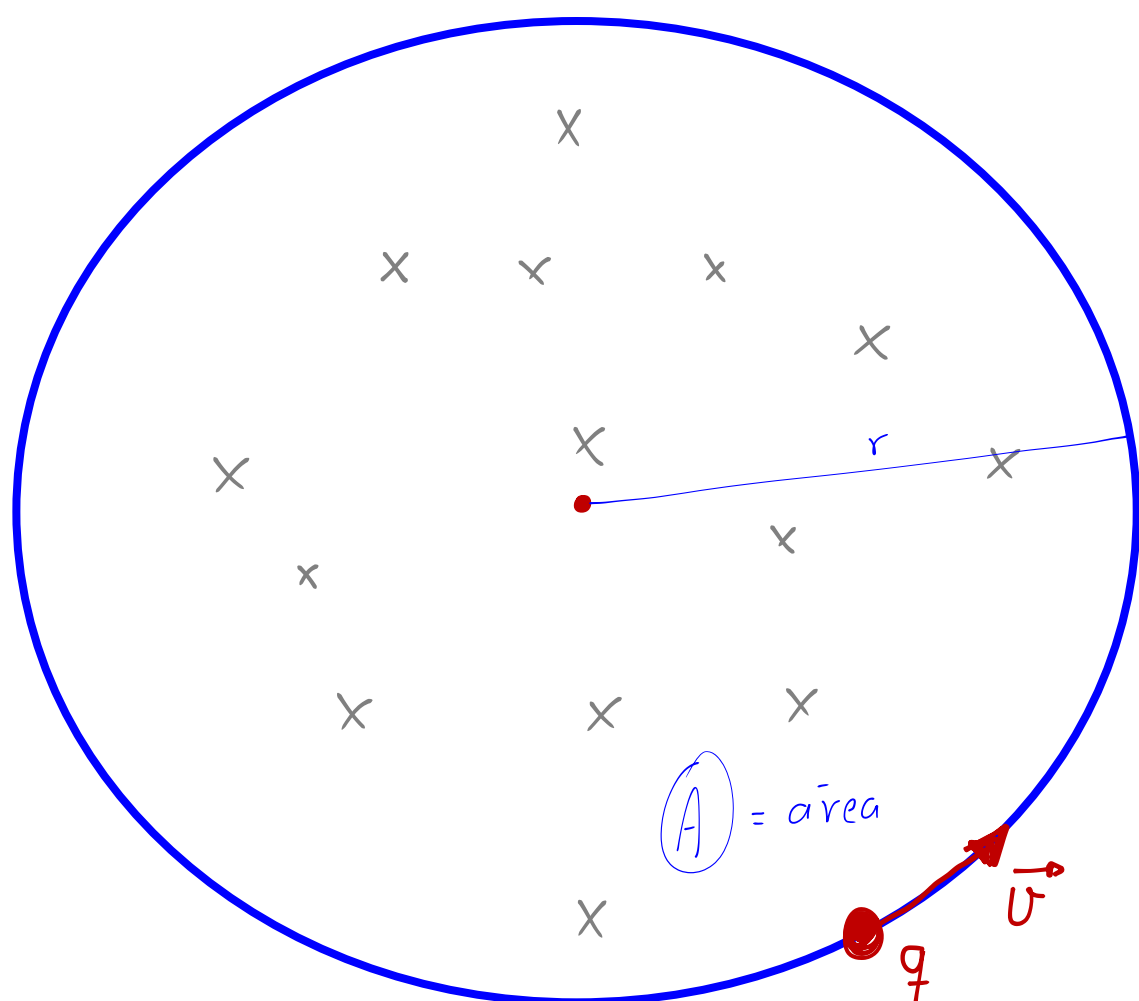
Em eletromagnetismo "vimos" que

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Significa que a variação de $\vec{B}$ ($\propto \vec{H}$) produz um campo elétrico dentro da amostra. Este campo elétrico induzido induz correntes na amostra no sentido de produzir um campo magnético induzido contrário à variação do campo externo aplicado. Este fenômeno é conhecido como **Lei de Lenz**.



Exemplo: Considere um elétron em um átomo com movimento orbital circular r



$$\text{Ao aplicar-se } \vec{H} \quad \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} \right) \Rightarrow \frac{d\vec{B}_{ext}}{dt} \neq 0$$

Supor que $\vec{H}$ e⁻ aplicado entrando na página (X)

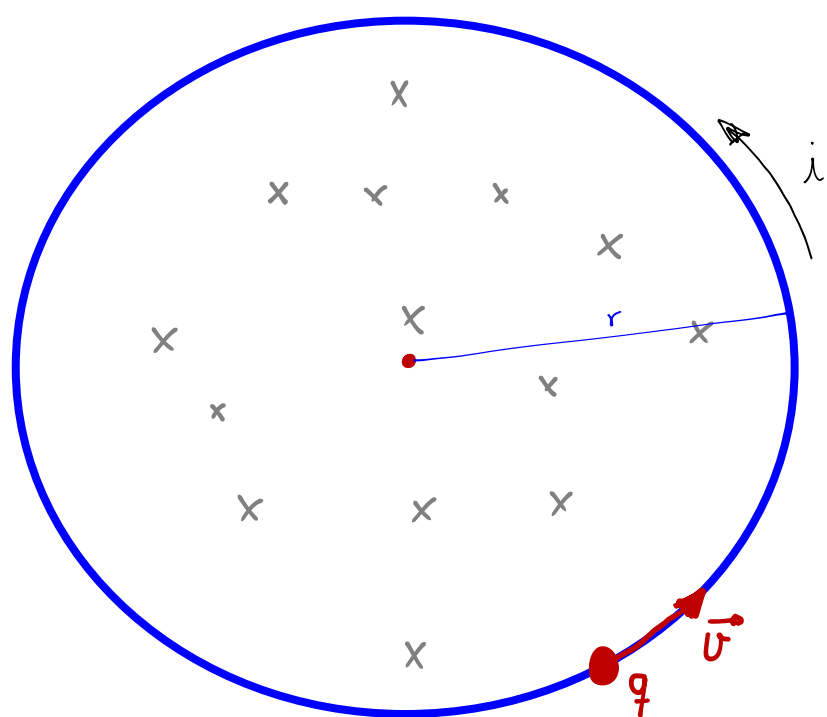
$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 \frac{d}{dt} (A \cdot H) \quad \text{" } \phi_B = A \cdot B = \mu_0 A H \text{"}$$

$$E \cdot 2\pi r = -\mu_0 A \frac{dH}{dt}$$

$$E = -\frac{\mu_0 A}{2\pi r} \frac{dH}{dt}$$

$\Rightarrow$ Se o campo $\vec{H}$ está aumentando com o tempo

$\vec{E}$ induzido acontece no sentido anti-horário tal que induz corrente como abaixo



Esta corrente produz um campo (como e⁻ a resposta do material, trata-se da magnetização) contrário ao aplicado.

Uma vez que $M = \chi_m H$,

$$\Rightarrow \chi \lesssim 0.$$

Obs: Este efeito acontece em qualquer material e só é percebido quando outros efeitos mais intensos não estão presentes.

O efeito diamagnético é reversível, ou seja, desaparece quando o campo externo é retirado.

Cálculo da susceptibilidade diamagnética:

"Deixar para depois - Falta de tempo".

Paramagnetismo

O diamagnetismo só é percebido quando outros tipos de magnetismo não estão presentes. Isso ocorre em materiais cujos átomos não possuem momento magnético (os momentos dos elétrons se cancelam aos pares); por exemplo átomos com todas as camadas completas.

Para átomos com camadas incompletas, no entanto, momento magnético líquido ocorre. Assim quando da aplicação de um campo externo $\vec{H}$ resulta uma tendência de alinhamento dos $\vec{\mu}$ no mesmo sentido do campo $\vec{H}$. Neste caso

$\chi_m > 0$ pois o campo induzido é superior ao aplicado.

Ocorre, no entanto, que a temperatura desempenha um papel importante na tendência de alinhamento magnético.

$\Rightarrow$ Quanto maior a temperatura mais difícil de alinhar os $\vec{\mu}$ atômicos

"algo similar ao que a temperatura faz com o arranjo cristalino - maior T menor a organização".

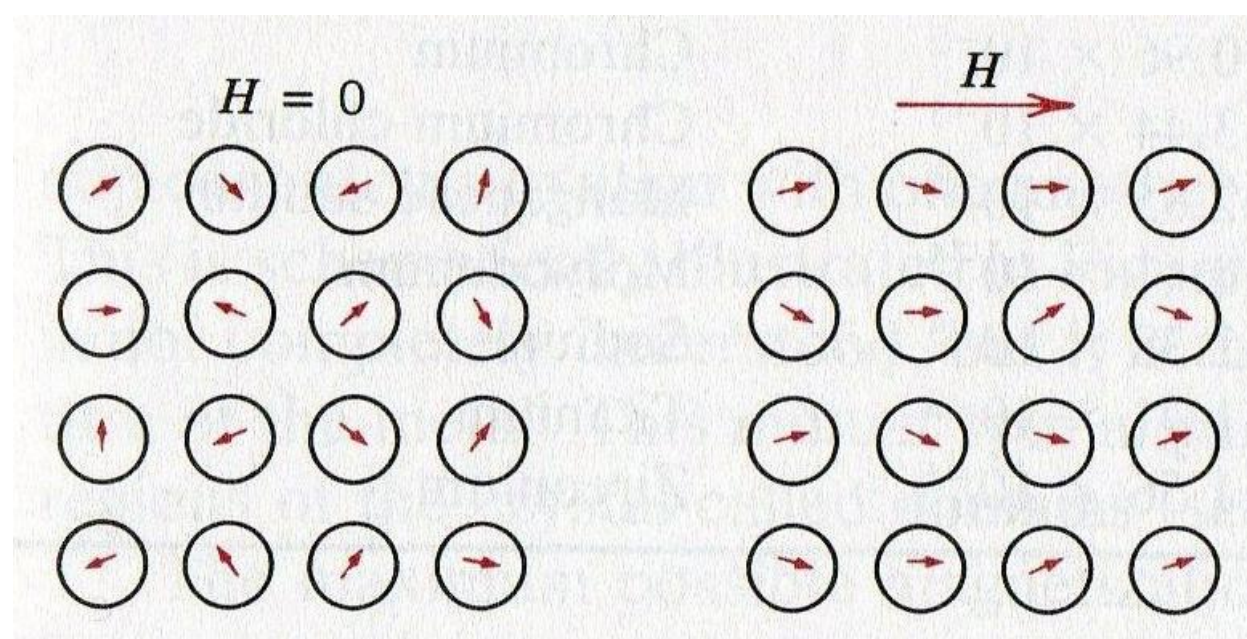
Dentro de temperaturas que não permitem um alinhamento completo dos $\vec{\mu}$ (pense em algo como um gás de $\vec{\mu}$) o estado é paramagnético tal que

$$\chi_m \geq 1$$

$$B_{ef} = \mu_0 (1 + \chi_m) H$$

$$B_{ef} > \mu_0 H$$

$$\text{ou seja } B_{ef} > B_{\text{no vácuo}}.$$



Significa que o alinhamento dos momentos magnéticos atômicos aumentam a intensidade duzido relativamente ao vácuo.

⇒ Para a susceptibilidade paramagnética pode-se mostrar que

$\chi_p \propto \frac{1}{T}$, ou seja, Quanto maior a temperatura ⇒ maior é a dificuldade de alinhar os momentos magnéticos atômicos.

$$\chi_p = \frac{C}{T}$$

$$\Rightarrow \vec{M} = \frac{C}{T} \vec{H}$$

Obs: A obtenção de $\chi_p = \frac{C}{T}$ vem de cálculos médios envolvendo o efeito da temperatura sobre a organização magnética.

Abaixo ilustra-se graficamente as susceptibilidades Diamagnética e Paramagnética mostrando as induções magnéticas B relativamente a do vácuo.

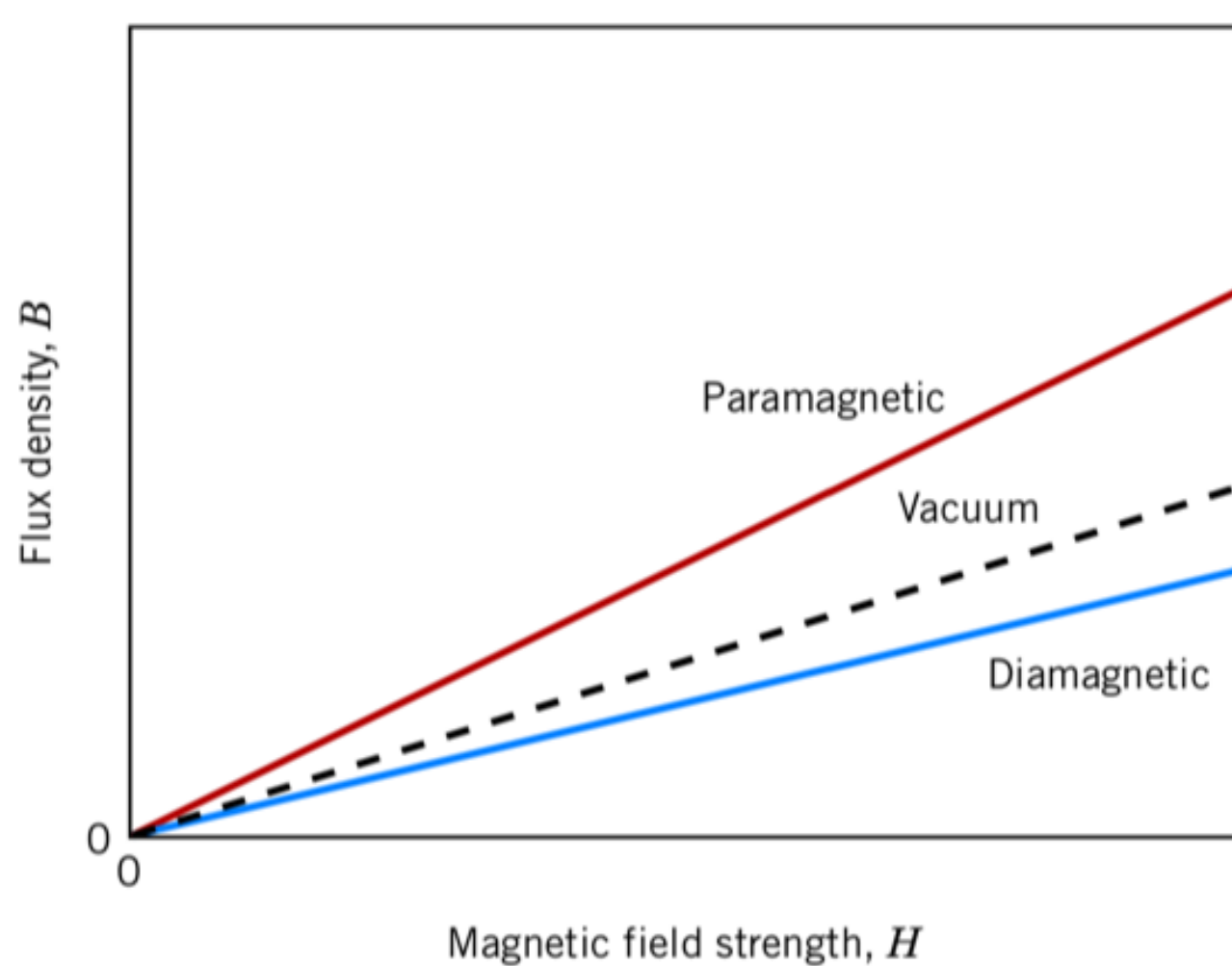


Figure 20.6 Schematic representation of the flux density B versus the magnetic field strength H for diamagnetic and paramagnetic materials.

Copiado da Fig. 20.6, 3ª Ed.
Callister & Rethwisch

Experimentalmente verifica-se que alguns materiais, dependendo da temperatura, produzem um campo induzido extremamente superior ao aplicado

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} \gg \vec{H} \Rightarrow \text{como } \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \Rightarrow \vec{M} \gg \vec{H} \Rightarrow \text{como } \vec{M} = \chi_m \vec{H} \Rightarrow \underline{\chi_m \gg 1}.$$

Estes materiais são chamados Ferromagnéticos.

* Porquê acontece tal efeito?

Quando das primeiras observações do fenómeno acima nenhuma explicação por meio das interações então conhecidas (magnética, elétrica, gravitacional, interações em nível nuclear) era possível.

Em 1907 Weiss propôs um termo que representasse uma tendência natural de alinhamento dos momentos magnéticos atômicos. Já era conhecido o ímãs naturais quem "sem" a aplicação de campo externo mantinham todos os seus $\vec{\mu}$'s alinhados, mesmo em temperaturas relativamente altas.

Weiss propôs um campo molecular interno ($\vec{H}_i \propto \vec{M}$) proporcional à magnetização.

$$\vec{H}_i = \lambda \cdot \vec{M}$$

Significa que ao aplicar-se um campo externo $\vec{H}$, o alinhamento dos $\vec{\mu}$ atômicos — a magnetização — produziria um campo adicional interno de forma a aumentar a tendência de alinhamento. Algo como uma retroalimentação.

$$\Rightarrow \text{o } \vec{H}_{\text{efetivo}} = \vec{H}_{\text{ext}} + \vec{H}_i$$

$$\vec{H}_{\text{ef}} = \vec{H} + \lambda \vec{M}$$

, ou seja o campo sentido pelo átomo é maior que o $\vec{H}$ externo aplicado.

Adicionalmente, mesmo que $\vec{H} = \vec{0}$ ainda existe uma tendência natural de alinhamento dada por $\lambda \vec{M}$.

Para temperaturas altas, onde os $\vec{\mu}$'s estão agitados termicamente $\Rightarrow$ o material apresenta um comportamento paramagnético tal que

$$\vec{M} = \chi_p \vec{H}$$

Neste caso, se o material possuir uma tendência de acoplamento espontâneo com o decréscimo da temperatura, então isto se deve à ação do campo molecular de Weiss, ou seja, os $\vec{\mu}$'s estão sentindo além de $\vec{H}_{\text{ext}}$ o $\vec{H}_{\text{int}} = \lambda \vec{M}$ proposto por Weiss.

$$\Rightarrow \vec{M} = \chi_p \vec{H}_{\text{efetivo}}$$

$$\vec{M} = \chi_p [\vec{H} + \lambda \vec{M}] \quad \text{Mas } \chi_p = C/T$$

$$\Rightarrow \vec{M} = \frac{C}{T} (\vec{H} + \lambda \vec{M}) \quad (1)$$



Mas neste caso de Temperatura acima da possibilidade de ordenamento $\Rightarrow \lambda \vec{M} \ll \vec{H}$ pois os momentos $\vec{M}$ estão desalinhados fazendo resultar em

Neste caso $\vec{M} \propto \vec{H}$

$$\vec{M} = \chi_{cw} \vec{H} \quad (2)$$

temhamos

$$\vec{M} = \frac{C}{T} (\vec{H} + \lambda \vec{M}) \quad (1)$$

de (2) $M = \chi_{cw} \cdot H$

de (1) $M = \frac{C}{T} (H + \lambda M)$ em módulo

$$\frac{M}{H} = \frac{C}{T} + \frac{C\lambda M}{T \cdot H}$$

$$\frac{M}{H} \left(1 - \frac{C\lambda}{T} \right) = \frac{C}{T}$$

$$\frac{M}{H} = \frac{C}{\cancel{T}} \left(\frac{\cancel{T}}{T - C\lambda} \right)$$

$$\frac{M}{H} = \frac{C}{(T - C\lambda)}$$

$$M = \frac{C}{(T - T_c)} H$$

$$\text{com } T_c \equiv C\lambda$$

$$\text{Portanto } \chi_{cw} = \frac{C}{T - T_c}$$

Perceba que para $T = T_c$ $\chi_{cw} = \infty$, ou seja, localmente o alinhamento magnético da amostra é espontâneo mesmo com campo $H \approx 0$

χ_{cw} é denominada Susceptibilidade de Curie Weiss, aplicada aos ferromagnéticos Para $T > T_c$.

χ_{cw} = susceptibilidade de Curie-Weiss válida para um ferromagnético acima da temperatura de ordenamento espontâneo.

Obs: Como $\vec{H}$ e $\vec{M}$ estão sempre alinhados $\Rightarrow$ podemos abstrair a notação vetorial. O sentido dos vetores é dado diretamente pelo sinal

Antiferromagnetismo

Verificou-se experimentalmente a existência de materiais com comportamento similar ao ferromagnético comentado na página anterior, apresentando um diferencial bastante curioso.

Baixando a temperatura, chega-se a uma temperatura crítica em que a magnetização abruptamente tende a enfraquecer e perder a susceptibilidade.

Explicação

Materiais deste tipo pareciam apresentar um acoplamento espontâneo entre os μ 's atômicos, porém este acoplamento seria tal que levaria a magnetização para zero.

Mantendo o modelo de campo molecular, Néel propôs que o acoplamento seria antiparalelo, no modelo seria algo como

↳ Físico Francês Louis Néel (* 1904, † 2000).

$$H_{\text{efetivo}} = H_{\text{ext.}} + H_{\text{int}}$$

Com $H_{\text{int}} = \lambda M$, como antes.

$$H_{\text{ef}} = H + \lambda M$$

Mas Néel supôs que para esses materiais o λ fosse negativo. Isto promoveria um enfraquecimento no poder de alinhamento magnético atômico.

Similar ao caso anterior, para T acima do ordenamento espontâneo,

$$M = \chi_N H \quad (3)$$

$$\text{e} \quad M = \chi_p (H + \lambda M) = \frac{C}{T} (H + \lambda M) \quad (4)$$

Como antes isso nos dá

$$\chi_N = \frac{C}{T - C\lambda}, \quad \text{mas neste caso } \lambda < 0.$$

Escreve-se na forma

$$\chi_N = \frac{C}{T + T_N}, \quad \text{sendo } T_N = |C\lambda|$$

Perceba que neste caso χ_N só seria infinita em temperaturas negativas o que não é experimentalmente possível.

Contudo utiliza-se este valor T_N para designar a temperatura de ordenamento antiferromagnético.

Análise: Conclui-se que existem materiais que apresentam uma tendência de acoplamento espontâneo de seus momentos magnéticos atômicos.

⇒ **Ferromagnéticos:** Os acoplamentos tendem a ocorrer paralelamente e em mesmo sentido, tal que abaixo de uma temperatura crítica a magnetização espontânea ocorre pois a energia térmica já não é capaz de vencê-la.

⇒ **Antiferromagnéticos:** Similar ao caso ferromagnético. Contudo neste caso os μ 's atômicos tendem a se acoplarem em sentidos opostos.

Nota: O fenômeno de acoplamento espontâneo permaneceu sem entendimento físico até 1928 (a teoria acima é de 1907) quando encontrou fundamentos na mecânica quântica, através da qual é possível mostrar que até os podem apresentar as forças de acoplamento paralelo ou antiparalelo.

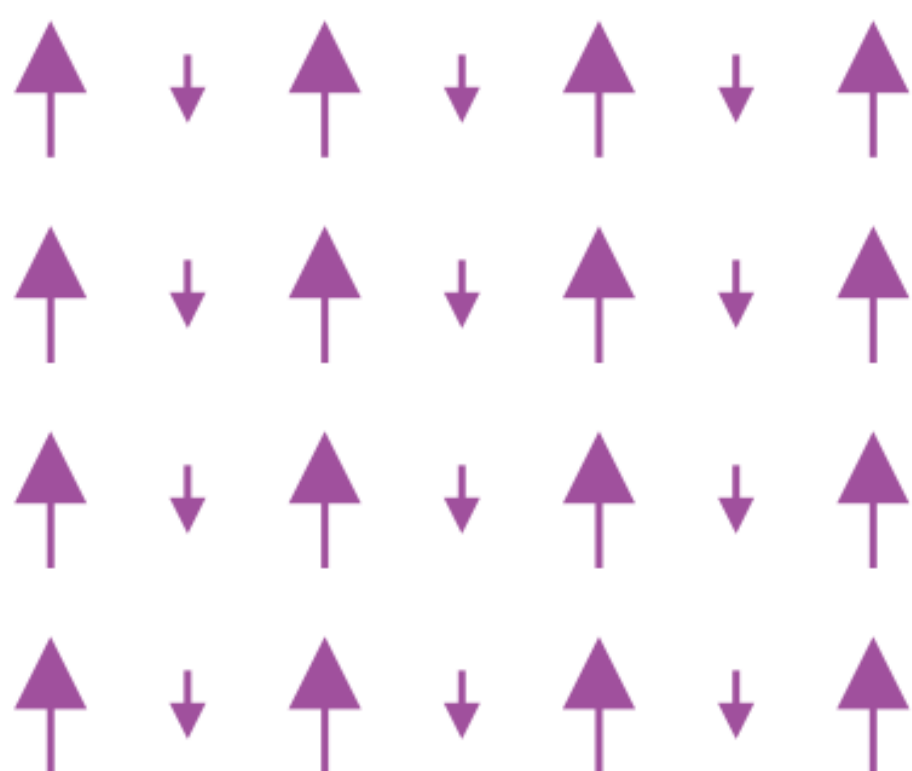
Se o acoplamento é de um tipo ou outro depende das equações de onda dos átomos adjacentes, do potencial elétrico mútuo e da distância entre os vizinhos.

Ferrimagnetismo

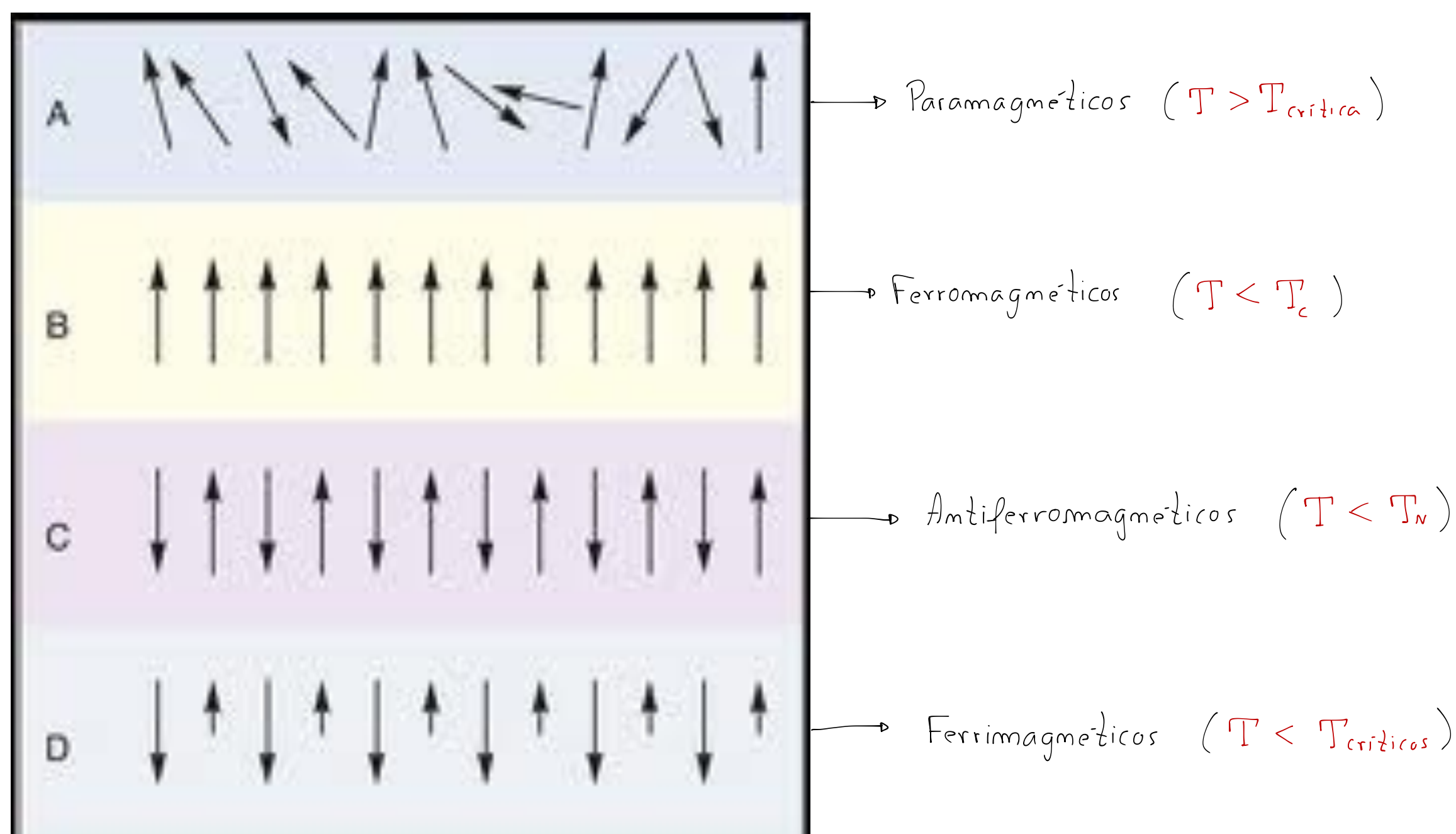
Alguns materiais compostos, por exemplo, por dois elementos diferentes (portanto possuindo momentos magnéticos μ_1 e μ_2 diferentes) não apresentam, abaixo da temperatura crítica de acoplamento uma magnetização alta dada por $M_1 + M_2$, esperada se todos os elementos estivessem acoplados paralelamente (mesmo sentido). Apresentam, no entanto uma magnetização menor e com comportamento tipo ferromagnético.

Como esse fenômeno só ocorre para materiais compostos por diferentes elementos, conclui-se que cada elemento acopla-se ferromagneticamente com seus iguais e antiferromagneticamente com os diferentes fazendo resultar em $M \neq 0$ pois $M_1 \neq M_2$;

$$\Rightarrow \begin{array}{c} \mu_1 \\ \leftarrow \mu_2 \end{array} \Rightarrow M_1 - M_2 \neq 0, \text{ como ilustra-se abaixo.}$$

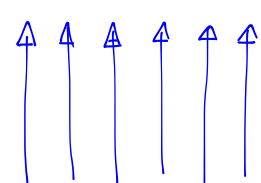


Em geral



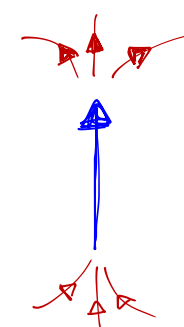
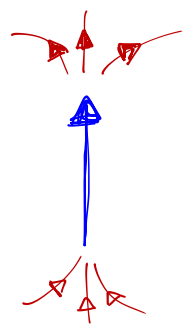
Como comentado nas seções anteriores existe uma tendência de acoplamento entre os momentos magnéticos atômicos, representado pelo campo molecular de Weiss. Este campo molecular veio a ser explicado pela mecânica quântica 2 décadas mais tarde (1928). Trata-se de um alinhamento espontâneo entre primeiros vizinhos atômicos, podendo ser paralelo ou antiparalelo (ferromagnetismo e antiferromagnetismo, respectivamente). Tal interação é hoje denominada interação de troca. Trata-se de uma interação muito forte (relativamente) mas que só atua sobre vizinhos próximos, ou seja, é de curto alcance.

Assim em uma interação de troca ferromagnética, a medida que momentos magnéticos são adicionados, eles tendem a se alinhar paralelamente, como ilustra-se abaixo.

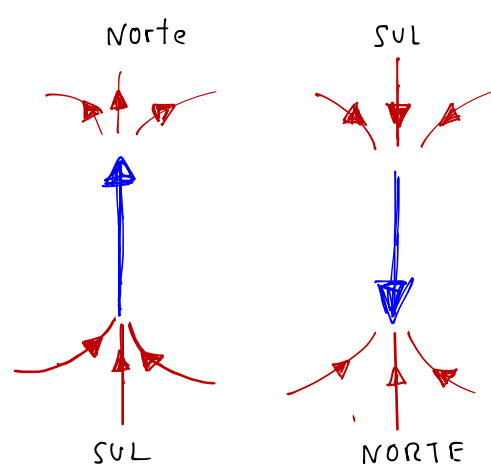


Acoplados por interação de troca ferromagnética.

Por outro lado sabe-se que dois ímãs quando postos lado a lado tendem a inverterem os polos:



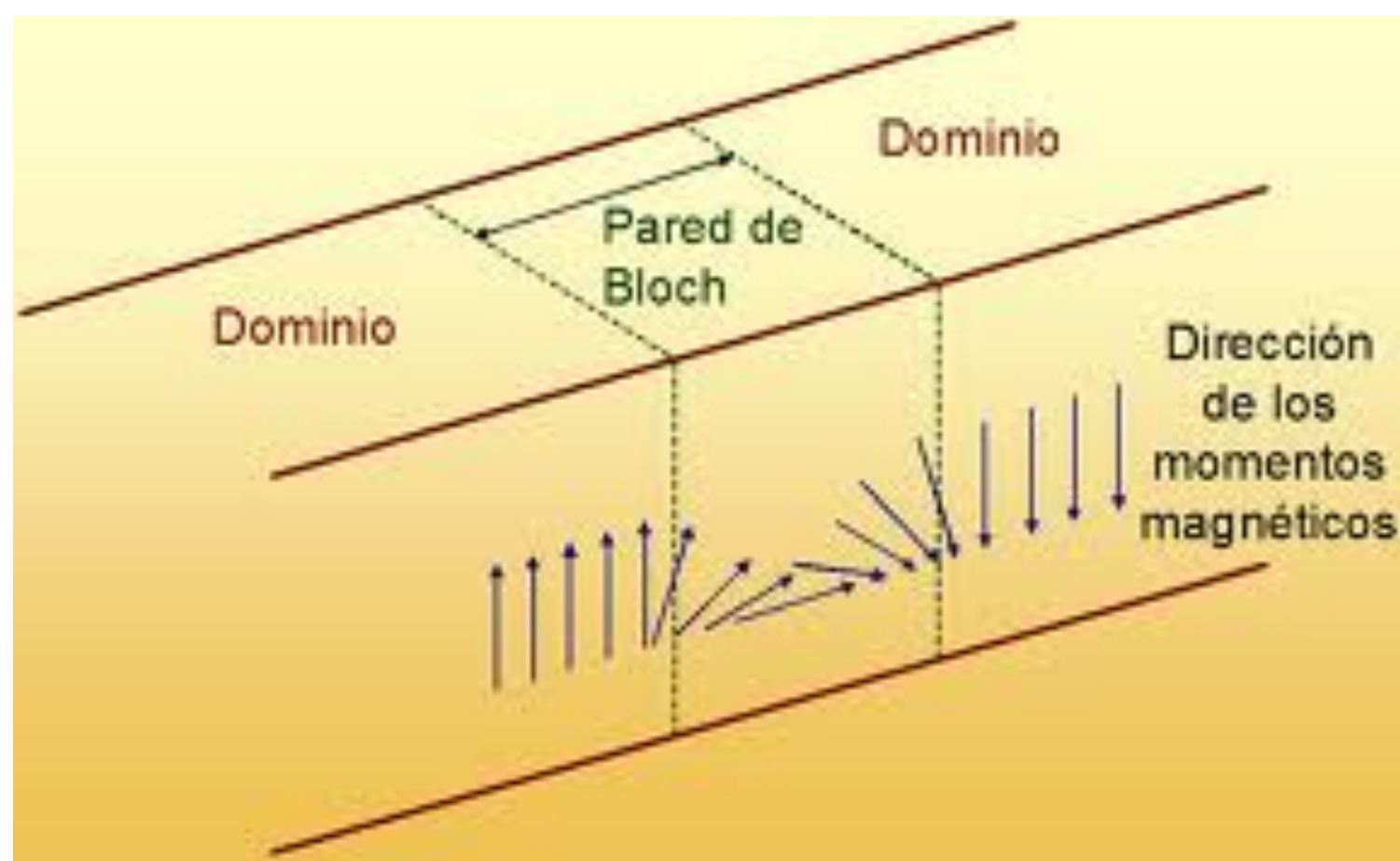
Aproximando-os a interação dipolar magnética, de longo alcance, tende a inverte-los.



"interação do tipo dipolar magnética"

Portanto existem duas interações "disputando" a de troca tentando acoplar os spins colinearmente e a dipolar tentando acoplá-los antiparalelamente.

Resulta que para poucos vizinhos a de troca se sobrepõe à dipolar por ser mais intensa. No entanto a medida que se adiciona mais momentos magnéticos, os momentos dos extremos sofrem força dipolar de todos os outros (pois a dipolar é de longo alcance); e sofrem a de troca ferromagnética apenas de poucos vizinhos. Assim os momentos começam a inverter, como representa-se abaixo.



Após uma região intermediária onde os momentos sentem interações dipolar e de troca com intensidades próximas (parede de Bloch) dá-se início a outro domínio magnético invertido.

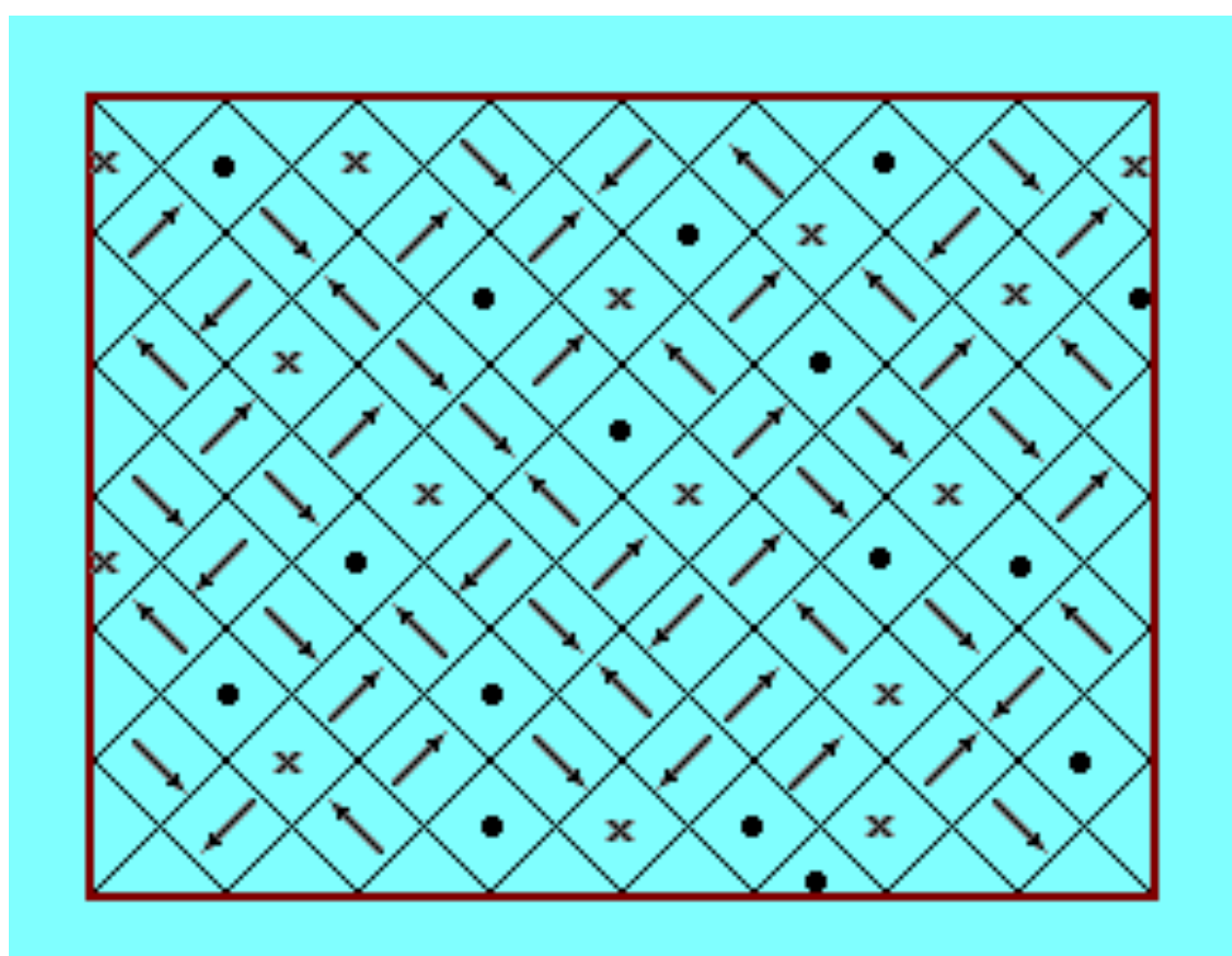
Amisotropia Magnética

Para materiais isotrópicos (sem direções privilegiadas) os domínios tendem a se formarem invertidos e seguindo alguma direção definida pelas formas dos contornos de superfície ou defeitos locais tais como, vacâncias, interstícios, etc.

Muitos materiais apresentam direções mais fáceis para o acomodamento dos domínios magnéticos.

Materiais cristalinos

Nos materiais cristalinos os momentos magnéticos possuem direções mais fáceis de acomodação definidas pelos eixos cristalinos. Desta forma o tipo de simetria cristalina se reflete na simetria de acomodação dos momentos magnéticos, como ilustra-se abaixo.



Os domínios se acomodam ao longo dos eixos do cristal.

Abaixo ilustra-se o processo de magnetização de um material cristalino aplicando-se o campo H em diferentes direções cristalográficas.

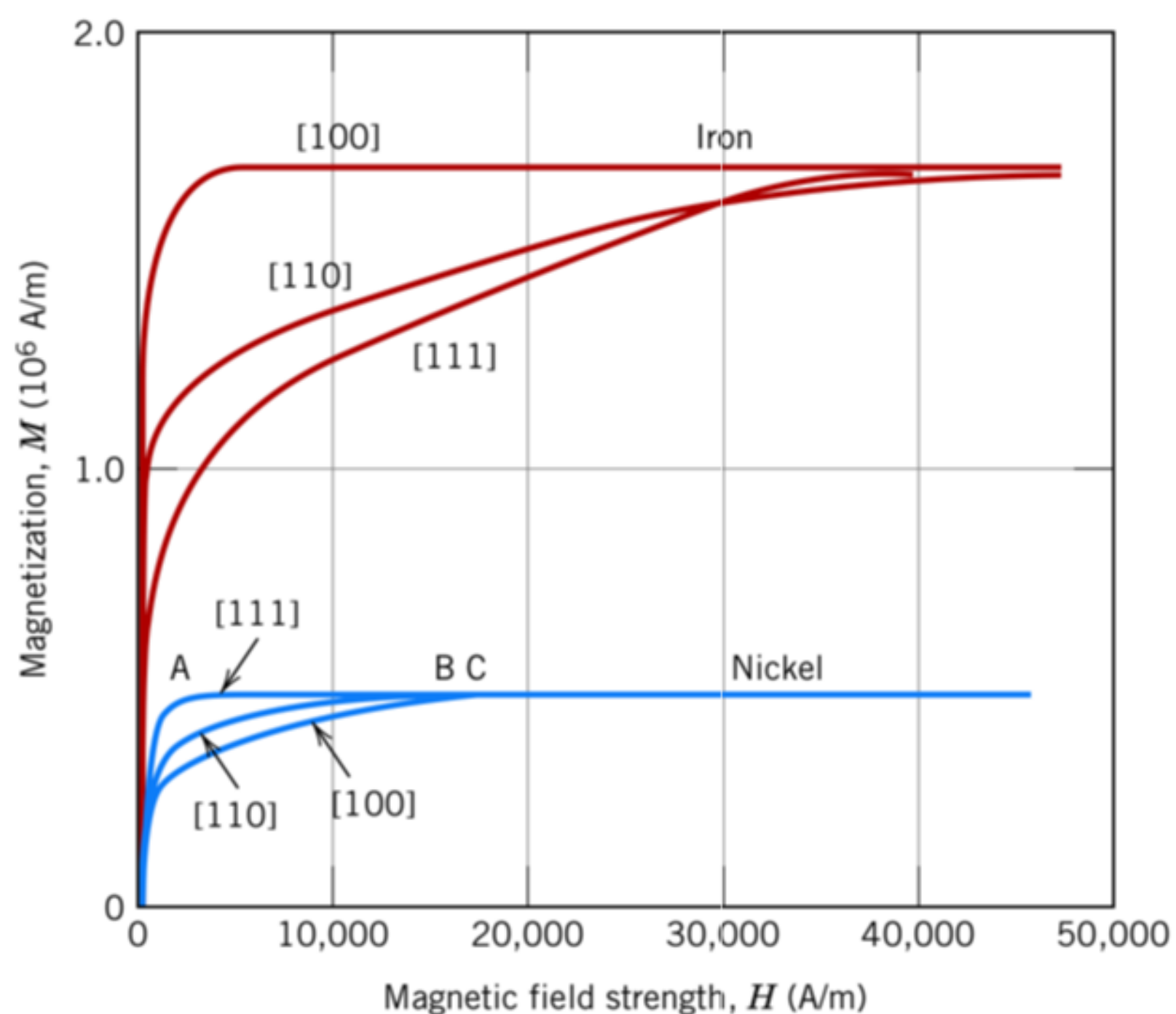


Figure 20.17 Magnetization curves for single crystals of iron and nickel. For both metals, a different curve was generated when the magnetic field was applied in each of [100], [110], and [111] crystallographic directions. [Adapted from K. Honda and S. Kaya, "On the Magnetisation of Single Crystals of Iron," *Sci. Rep. Tohoku Univ.*, **15**, 721 (1926); and from S. Kaya, "On the Magnetisation of Single Crystals of Nickel," *Sci. Rep. Tohoku Univ.*, **17**, 639 (1928).]

Copiado da Fig. 20.17, 3ª Ed.
Callister & Rethwisch

A curva de Histerese: Chama-se de curva de histerese o gráfico da magnetização em função do campo H aplicado ou da indução magnética B em função de H ; para um ciclo completo de saturação em 360° . "deve ficar mais claro com exemplos".

1º Passo) Aplica campo externo H e mede-se B até a saturação (Alinhamento completo).

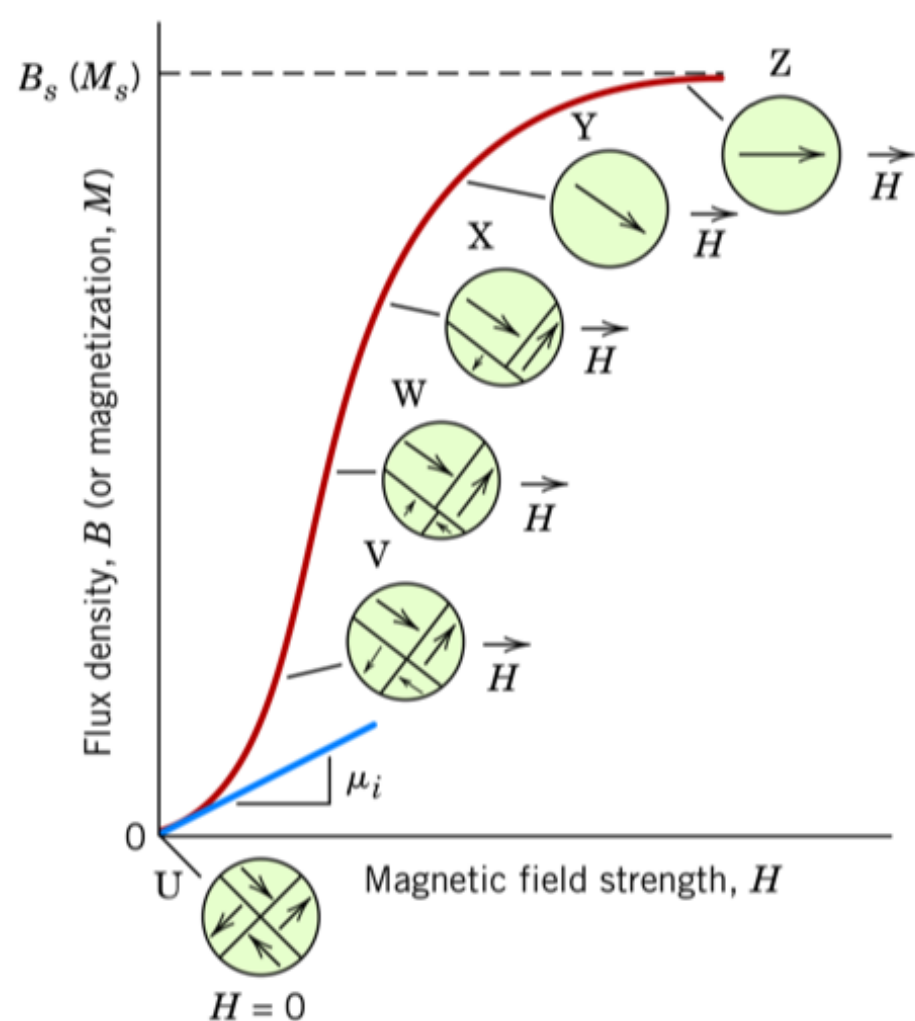
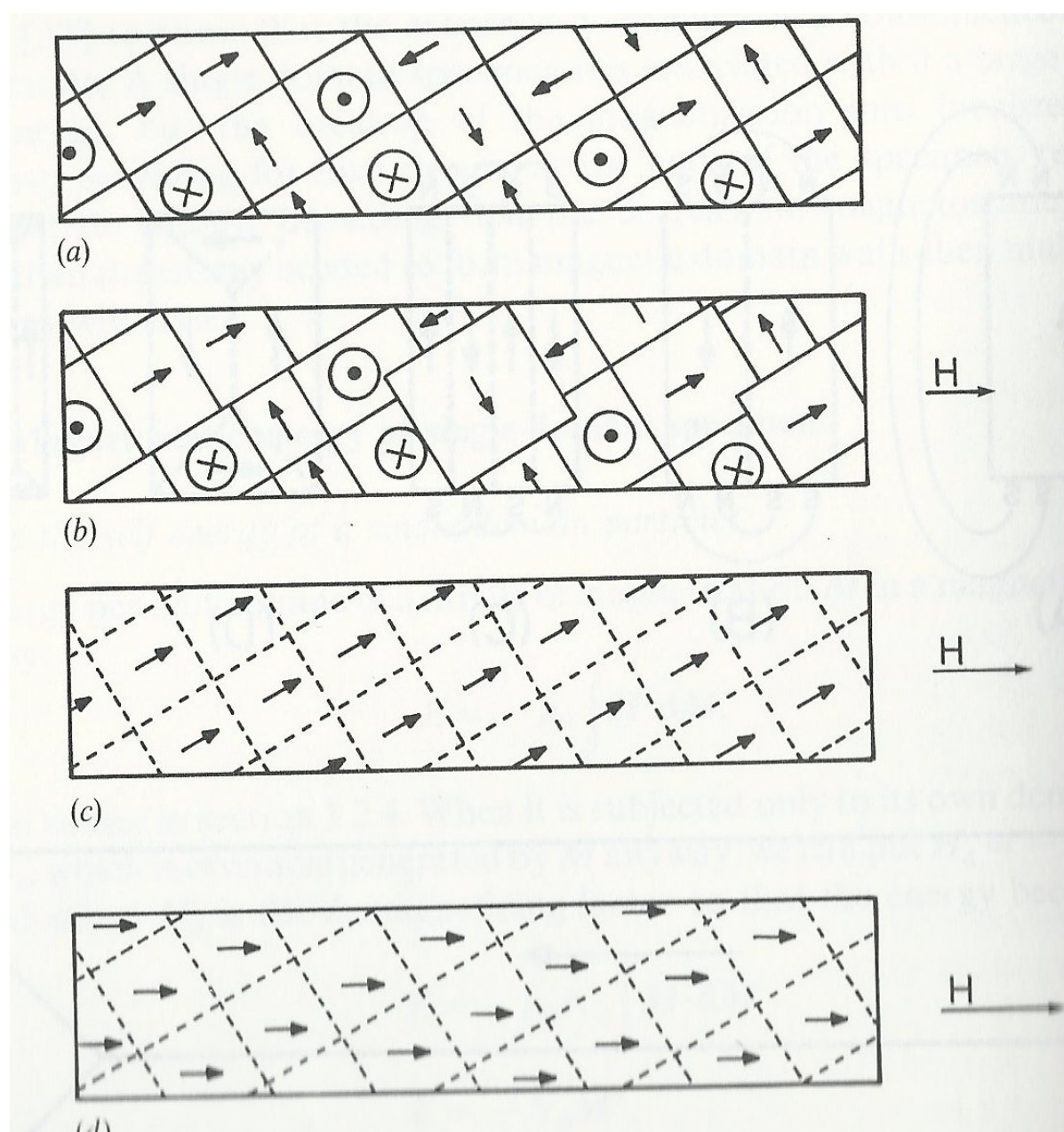


Figure 20.13 The B -versus- H behavior for a ferromagnetic or ferrimagnetic material that was initially unmagnetized. Domain configurations during several stages of magnetization are represented. Saturation flux density B_s , magnetization M_s , and initial permeability μ_i are also indicated. (Adapted from O. H. Wyatt and D. Dew-Hughes, *Metals, Ceramics and Polymers*, Cambridge University Press, 1974.)

Copiado da Fig 20.13, 3ª Ed
Callister & Rethwisch

A medida que H aumenta os domínios não giram na direção de H . Em vez disso ocorre um aumento no tamanho dos domínios previamente inclinados (por acaso) no sentido de H .



Como as paredes de domínio estão os momentos magnéticos acoplados (dipolar e de troca se cancelando aproximadamente); são esses que começam a tendência de alinhamento com o campo externo. Contudo o que o campo externo consegue fazer é anular a contribuição dipolar tal que os momentos magnéticos se acoplam com o domínio mais inclinado na direção de H .

Finalmente, quando todas as paredes de Bloch se deslocaram formando um só domínio e que o conjunto tende a rotacionar no sentido de H atingindo assim a configuração de saturação.

Continuando o ciclo

Após ter atingido a saturação o campo H passa a ser diminuído. Nota-se, no entanto, que a curva $B(H)$ não volta pelo mesmo caminho. Significa que durante a volta parte dos momentos magnéticos ficaram travados no sentido (inclinados com alguma projeção) do campo H . Isto ocorre pois no processo de "ida" os ^{parte deles} momentos foram forçados pelo campo externo a transpor obstáculos; agora na volta ficam travados esperando uma forçação contrária. Disto resulta que mesmo com $H=0$ resta uma magnetização remanente, como ilustra-se abaixo.

Obs: Neste caso uma densidade de fluxo magnética remanente B_r .
 $B_r \propto M_r$.

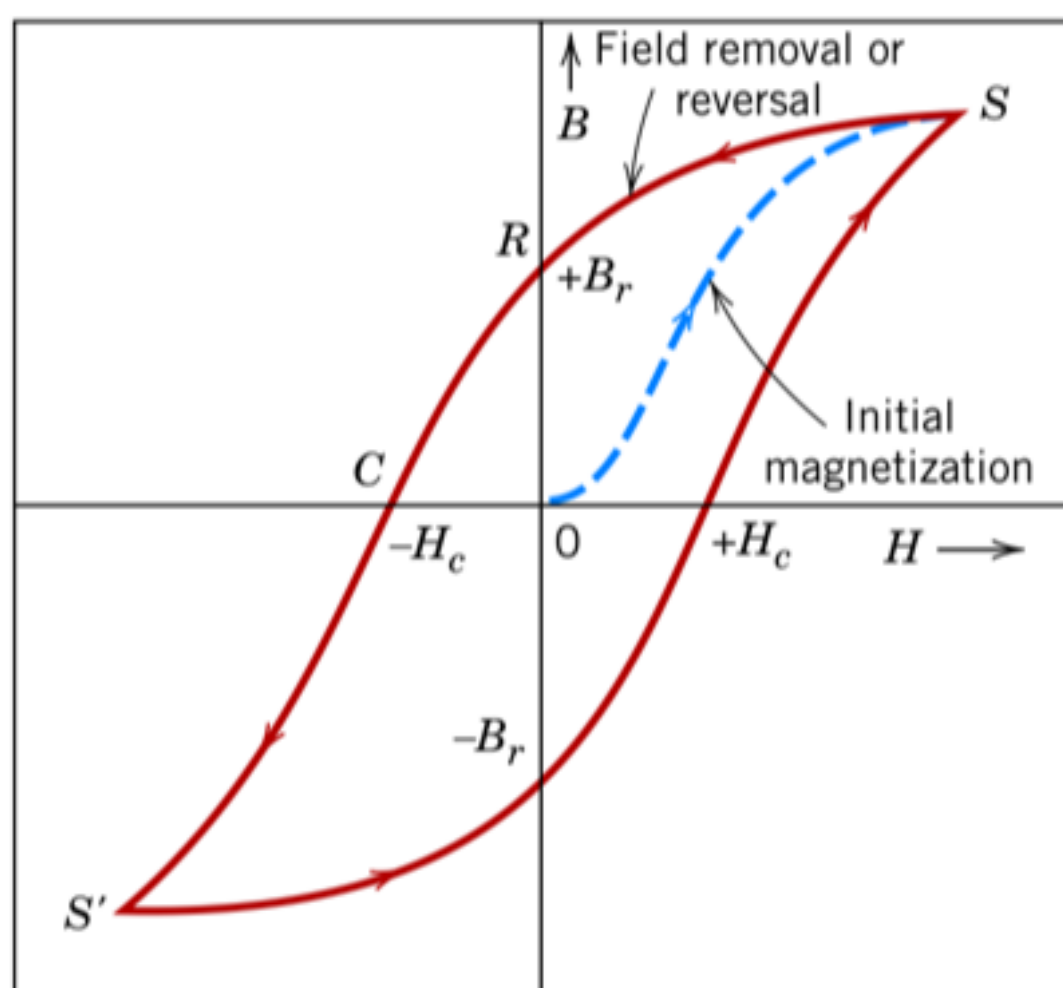


Figure 20.14 Magnetic flux density versus the magnetic field strength for a ferromagnetic material that is subjected to forward and reverse saturations (points S and S'). The hysteresis loop is represented by the solid curve; the dashed curve indicates the initial magnetization. The remanence B_r and the coercive force H_c are also shown.

Continuando com o ciclo: O campo H é então invertido e começa a aumentar sua intensidade no sentido contrário ao inicial. Esta etapa fornece a energia para que os momentos magnéticos travados transponham de volta os obstáculos. Seguindo chega-se novamente a um $B=0$ para um H denotado de $H_c \rightarrow$ Campo Coercivo. Seguindo chega-se à saturação reversa. Então a intensidade é diminuída tornando-se novamente positiva até a saturação positiva, fechando-se assim o ciclo.

Perda de energia em um ciclo.

Note que a unidade de $B \cdot dH$ é

$$[B] = \frac{N}{A \cdot m} \quad \text{e} \quad [H] = \frac{A}{m} \quad \Rightarrow \quad [B \cdot H] = \frac{N}{A \cdot m} \cdot \frac{A}{m} = \frac{N}{m^2} \cdot \frac{m}{m} = \frac{N \cdot m}{m^3} = \frac{Joule}{m^3}$$

Portanto: $[B \cdot H] =$ densidade de energia.

⇒ A área dentro do ciclo de histerese só ocorre porque o sistema precisa de uma energia adicional para promover os destravamentos magnéticos (processo não reversível).

⇒ A área dentro do ciclo corresponde à energia "perdida" (dissipada) no processo cíclico.