



Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Paulo Moscon

Nome:

Matrícula:

Prova Final - Laboratório de Física - 2019/01

Questão 1)[3,4] Na tabela ao lado estão listados os dados de um experimento que visa obter a constante elástica de uma mola. Trata-se do deslocamento da mola, relativamente ao ponto de equilíbrio, em função da força (pesos) a que a mola é submetida.

Obtenha a constante de mola e sua incerteza através do procedimento gráfico (inclinação das retas média e auxiliares).

Peso (P_i)	ΔP_i	Deslocamento (x)	Δx
0,23	0,03	0,013	0,002
0,45	0,03	0,025	0,002
0,67	0,03	0,038	0,002
0,91	0,03	0,051	0,002
1,13	0,03	0,064	0,002

Vamos utilizar o gráfico com 60 divisões em x e 45 divisões em y .

Escolho o eixo y para representação da força peso e o eixo x para o deslocamento.

Obtenção do fator de escala em y (quantos Newtons cada divisão do gráfico irá valer). Esta escolha deve ser tal que todos os pontos experimentais - incluindo as barras de incertezas - sejam acomodados dentro do gráfico sem desperdiçar espaço significativo.

Em y :

Primeira informação será a barra inferior da incerteza do primeiro ponto experimental (P_1);

$$\Rightarrow P_1 = 0,23 \pm 0,03 \quad \Rightarrow \text{Barra inferior é } \underline{0,20 \text{ N}}.$$

A última informação será a barra superior da incerteza do último ponto experimental (P_5);

$$\Rightarrow P_5 = 1,13 \pm 0,03 \quad \Rightarrow \text{Barra superior é } \underline{1,16 \text{ N}}.$$

Portanto as 45 divisões deverão ser suficiente para varrer $(1,16 - 0,20)$ Newtons.

Um cálculo exato para esta faixa seria

$$\frac{(1,16 - 0,20)}{45} \frac{N}{\text{div}_y} = 0,02133... \frac{N}{\text{div}_y}$$

Neste caso a divisão exata é $0,02133... N$ para cada divisão em y . Com esse fator de escala a primeira barra de incerteza estará na divisão zero (origem) e a última barra na divisão 45; cobrindo 100% do eixo y .

Se optar-se por um arredondamento; não poderia ser para menos que $0,02133$. Se cada divisão representar menos que o necessário para cobrir 100%, então obviamente parte das informações cairão fora do espaço gráfico.

Um arredondamento para valores superiores ao da escala exata pode ser feito, é uma escolha pessoal, mas não deve estar "muito distante" do fator exato pois se cada divisão representar um valor muito superior ao exato, então "poucas divisões" já cobrirão todos os dados experimentais e, portanto, uma fração significativa do espaço gráfico será inutilizada.

Vou escolher um arredondamento, digamos de $0,02133... \rightarrow 0,025$. Se esta escolha não inutilizar uma porção gráfica significativa, então será apropriada por dois motivos:

- (1) Um valor "redondo" para cada divisão (no caso $0,025 \frac{N}{\text{div}_y}$) facilita a graduação numérica do eixo em questão.
- (2) As barra de incertezas das extremidades podem deslocar-se para dentro do ambiente gráfico; o que produziria melhor qualidade visual - todas as informações dentro dos limites sobrando um pouco de espaço de cada lado.

No caso de

$$\text{Escala } y = 0,025 \text{ N/div}_y$$

Quantas divisões N_y seriam necessárias para cobrir todos o dados experimentais?

$$\Rightarrow 0,025 \cdot N_y = 1,16 - 0,20$$

$$N_y = 38,4 \text{ divisões.}$$

Como temos 45 divisões disponíveis $\Rightarrow$ utilizaríamos $\sim 85\%$ do espaço gráfico em y . Acima de 80% parece ser bom. Vou utilizar esta escala; o resultado visual confirmará se foi ou não uma boa escolha.

$$\Rightarrow \text{Fator de escala em } y = 0,025 \text{ N/div}_y$$

Como serão utilizados $38,4 \rightarrow 39$ divisões, então 6 não serão.

$\Rightarrow$ Para **centralização** dispensamos 3 divisões iniciais e 3 finais.

Obtenção do fator de escala em x .

Obs: Todas as explicações e justificativas colocadas acima são de abrangência geral. Vamos aplicá-las aqui da mesma forma.

$$\text{Fato de escala exato em } x = \frac{0,066 - 0,011}{60} = 0,00091666...$$

Se arredondo para $0,001 \text{ m/div}_x$, utilizaríamos N_x divisões;

$$N_x = \frac{0,066 - 0,011}{0,001} = 55 \text{ div}_x \text{ que equivale a } \sim 92\% \text{ de aproveitamento.}$$

Centralização: 5 divisões não serão necessárias. Uma boa escolha seria dispensar 2 iniciais e 3 finais.

$$\text{Fator de escala em } x = 0,001 \text{ m/div}_x$$

tabela com os posicionamentos em x e y .

Como os cálculos para posicionamento gráfico serão feitos

y . Posição no gráfico começando após 3ª divisão. A barra fica na 3ª divisão (no final da divisão); sendo a referência. O primeiro ponto experimental em y fará a uma barra de incerteza da distância da referência inicial $0,20 \text{ N}$.

$$\text{Escala } y = 0,025 \text{ N/div}_y$$

Para ir de $0,20 \text{ N}$ para $0,23 \text{ N}$ "ando" $0,03 \text{ N}$

$$\Rightarrow 0,025 \cdot N_1 = 0,03$$

$$N_1 = 1,2 \text{ divisões.}$$

Como começamos na 3ª divisão

$$\Rightarrow N_{1y} = \text{divisão } 4,2.$$

De forma geral:

$$N_i = \frac{(P_i - \text{referência})}{\text{Escala}} + (\text{número de divisões descartadas no início}).$$

$$\text{Ex: } N_1 = \frac{0,23 - 0,20}{0,025} + 3 = 4,2$$

$$N_2 = \frac{0,45 - 0,20}{0,025} + 3 = 13$$

⋮

$$N_i = \frac{P_i - 0,20}{0,025} + 3$$

Similar para x

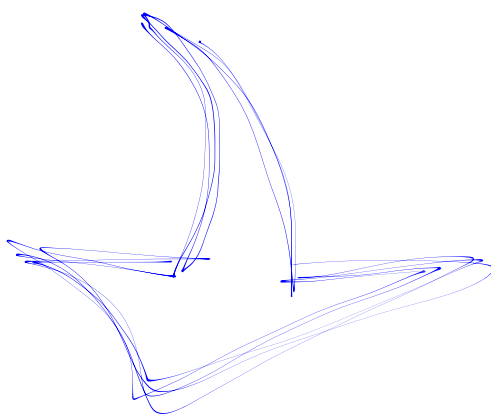
$$N_i = \frac{P_i - 0,011}{0,001} + 2$$

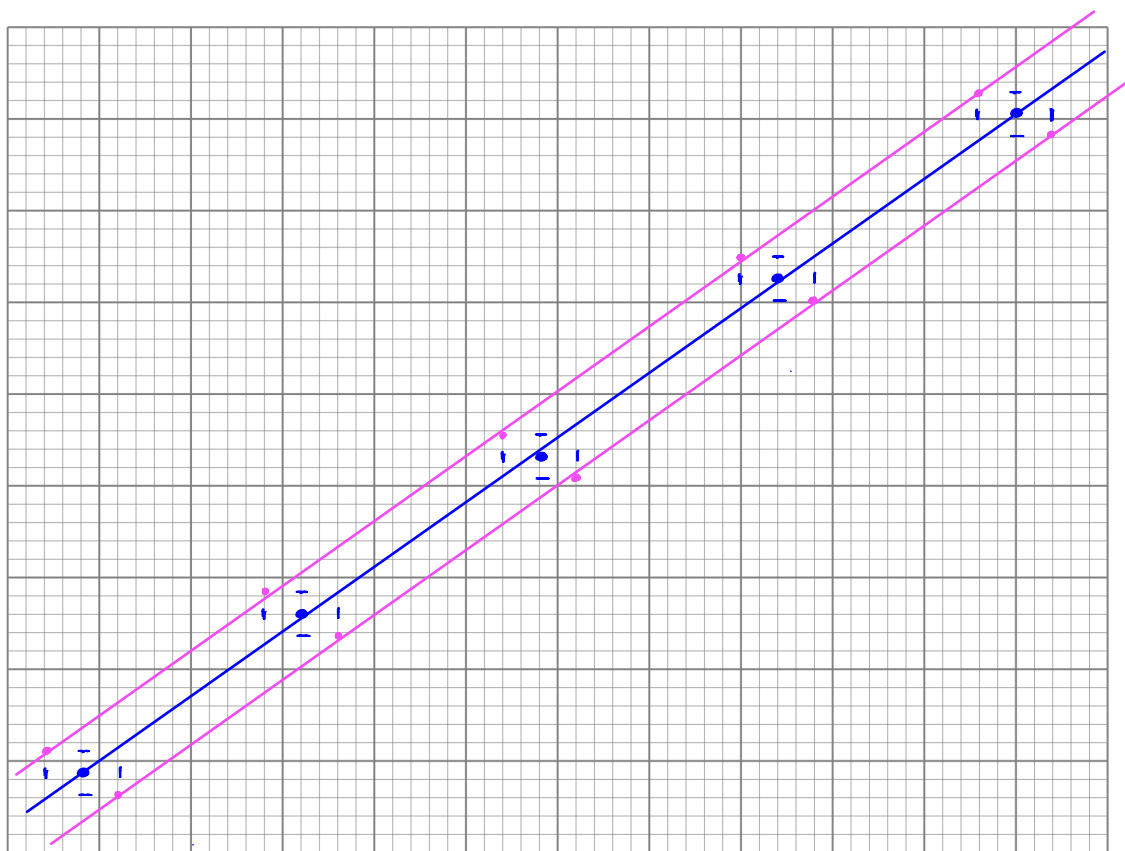
Portanto:

Y $\Rightarrow$ Escala 0,025 N/div _y		
Valor Exp. $\pm$ incert. (N)	Posição no gráf	Barra de erro em divisões y
0,23 $\pm$ 0,03	4,2	$\pm 1,2$
0,45 $\pm$ 0,03	13,0	$\pm 1,2$
0,67 $\pm$ 0,03	21,8	$\pm 1,2$
0,91 $\pm$ 0,03	31,4	$\pm 1,2$
1,13 $\pm$ 0,03	40,2	$\pm 1,2$

X $\Rightarrow$ Escala de 0,001 m/div _x		
Valor Exp. $\pm$ incert. (m)	Posição no gráf	Barra de erro em divisões x
0,013 $\pm$ 0,002	4	± 2
0,025 $\pm$ 0,002	16	± 2
0,038 $\pm$ 0,002	29	± 2
0,051 $\pm$ 0,002	42	± 2
0,064 $\pm$ 0,002	55	± 2

Marcando no gráfico.





A graduação dos eixos não deve utilizar os pontos experimentais, pois não necessariamente estarão equidistantes. Em vez disso graduar com valores equidistantes referenciais. Por exemplo, uma boa escolha seria inserir valores referenciais a cada 10 divisões.

Em y a terceira divisão é $0,20\text{ N}$, qual será o valor da 10^{a} ?

da 3^{a} até a 10^{a} são 7 divisões, cada uma equivalente a $0,025\text{ N}$

$$\rightarrow 7 \times 0,025 = 0,175 \quad \text{somando com a referência de } 0,20\text{ N}$$

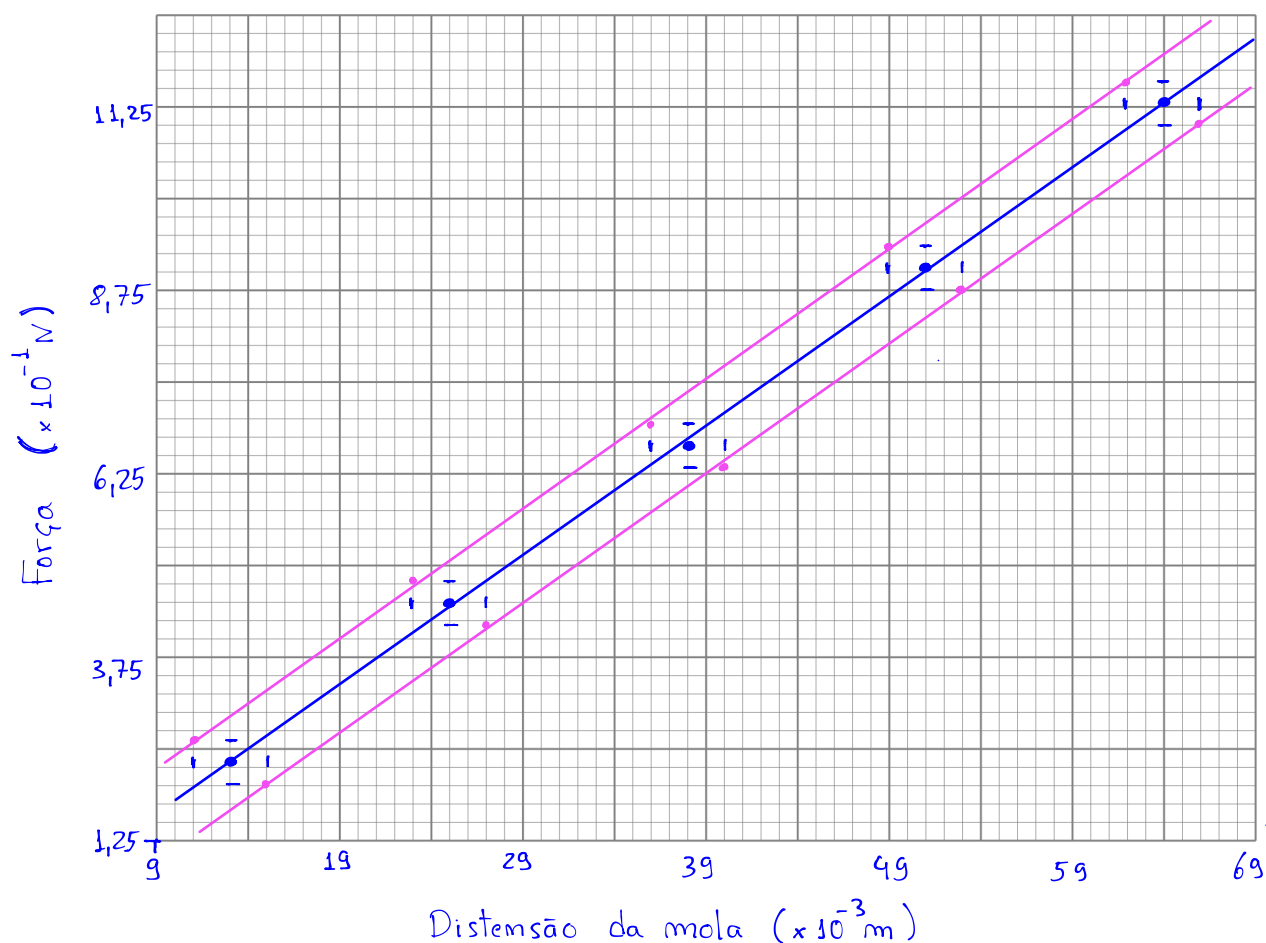
$$10^{\text{a}} \text{ divisão} = 0,375\text{ N}$$

$$\text{Similar } 20^{\text{a}} \text{ div.} \rightarrow (20 - 3) \times 0,025 + 0,20 = 0,625$$

$$\text{No geral: } (N_{\text{div}} - 3) \times 0,025 + 0,20 = \text{Valor em } \underline{N} \text{ da divisão}$$

$$\text{Para o eixo } x: (N_{\text{div}} - 2) \cdot 0,001 + 0,011 = \text{Valor}$$

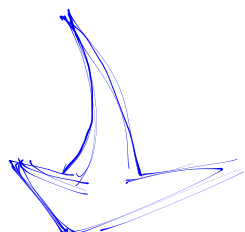
Graduando e inserindo os títulos dos eixos.



OBS: A utilização da potência de 10 pode ser utilizada no título dos eixos para evitar-se números extensos.

Se a figura for apresentada em um trabalho acadêmico deverá conter um Título da Figura com detalhamento de seu significado.

Exemplo:



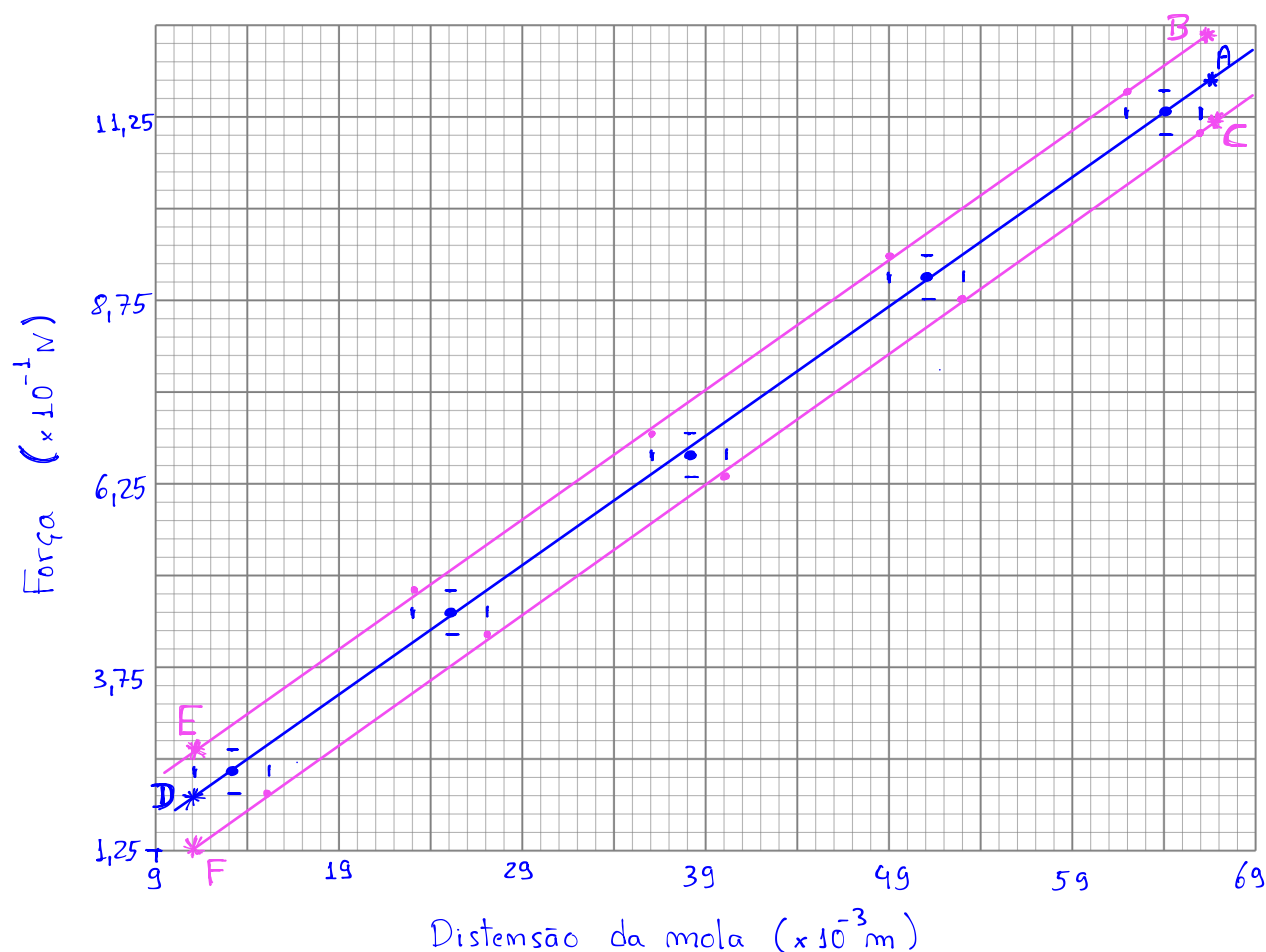


Figura 1- Elongamento, relativo à situação de equilíbrio, de uma mola helicoidal de aço resultante da aplicação de diferentes forças. Os pontos são dados experimentais e os retângulos que envolvem os pontos denotam as incertezas medidas. A reta azul é uma reta média passando pelos pontos experimentais, enquanto que as retas magentas são retas auxiliares e têm como função delimitar a região de incerteza dentro da qual diversas possibilidades em torno da reta média são prováveis. Os pontos A, B, C, D e E são pontos escolhidos aleatoriamente para cálculos dos Coeficientes angulares.

Isso  é um título de figura. Normalmente os relatórios vêm sem título ou com um título redundante.

Ex: Figura 1- Gráfico da deformação.

Serve para nada.



Vamos aos cálculos de $m \pm \Delta m$.

Uma forma otimizada para os cálculos é considerar apenas as divisões e no final multiplicar pelos fatores das escalas a fim de recuperar as dimensões.

$$\Rightarrow m = \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D} = \frac{42 - 3}{57,5 - 2} \Rightarrow m = 0,702702...$$

$$m_{\text{máx}} = \frac{y_B - y_F}{x_B - x_F} = \frac{44,5 - 0}{57,5 - 2} \Rightarrow m_{\text{máx}} = 0,801801...$$

$$m_{\text{mín}} = \frac{y_C - y_E}{x_C - x_E} = \frac{40 - 5,5}{57,5 - 2} \Rightarrow m_{\text{mín}} = 0,621621...$$

$$\Delta m = \frac{m_{\text{máx}} - m_{\text{mín}}}{2} \simeq \frac{0,801801 - 0,621621}{2}$$

$$\Delta m = 0,09009$$

$$\text{Portanto } m \pm \Delta m \simeq (0,80 \pm 0,09) \frac{\text{div}_y}{\text{div}_x}$$

$$\text{Mas } \text{div}_y = 0,025 \text{ N} \quad \text{e} \quad \text{div}_x = 0,001 \text{ m}$$

$$\Rightarrow m \pm \Delta m = (0,80 \pm 0,09) \cdot \frac{0,025}{0,001} \text{ N/m}$$

$$m \pm \Delta m = (20 \pm 2,25) \text{ N/m} \quad \text{absurdo.}$$

$$m \pm \Delta m = (20 \pm 2) \text{ N/m}$$

No caso de molas em regime linear: $\Rightarrow F = kx$ (módulo)

$$\Rightarrow m = K$$

$$K \pm \Delta K = (20 \pm 2) \frac{N}{m}$$

Questão 2)[3,3] Considere que obteve-se experimentalmente os valores de $x \pm \Delta x = (12,3 \pm 0,5)$ s, $(t \pm \Delta t = 20,255 \pm 0,004)$ s e $z \pm \Delta z = (132 \pm 3) \times 10$ m; e que deseja-se, através destes valores calcular o valor de $y \pm \Delta y$, tal que

$$y(x, t, z) = 3 \frac{x^3 \sqrt{t}}{z^3}. \quad (1)$$

Utilizando a propagação de erros, obtenha o valor de $y \pm \Delta y$.

$$y \pm \Delta y = \frac{3x^3 t^{1/2}}{z^3} \pm \frac{3x^3 t^{1/2}}{z^3} \left\{ 3 \frac{\Delta x}{x} + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{t} + 3 \frac{\Delta z}{z} \right\}$$

$$y \pm \Delta y = \frac{3 \times 12,3^3 \times 20,255^{1/2}}{1320^3} \pm \frac{3 \times 12,3^3 \times 20,255^{1/2}}{1320^3} \left\{ 3 \frac{0,5}{12,3} + \frac{1}{2} \frac{0,004}{20,255} + 3 \frac{3}{132} \right\}$$

$$y \pm \Delta y = (1,09239 \dots \times 10^{-5} \pm 2,078 \times 10^{-6}) \frac{s^{7/2}}{m^3}$$

↳ Manter apenas um significativo.

$$y \pm \Delta y = (1,1 \pm 0,2) \times 10^{-5} \frac{s^{7/2}}{m^3}$$

Questão 2)[3,3] Os números anotados na tabela referem-se às medidas do comprimento de bastões de polietileno de alta densidade feitas com um paquímetro.

13,75	13,70	13,70	13,80	13,75	13,70	13,65	13,85	13,65	13,85	13,70
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Calcule (a) o valor médio do comprimento (em cm), (b) o desvio padrão (em cm) e (c) apresente a medida com a incerteza.

Comprimento $\equiv L$

$$\langle L \rangle = \frac{13,75 + 13,70 + \dots + 13,70}{11} \cong 13,736 \dots \text{ m}$$

$$\langle L^2 \rangle = \frac{13,75^2 + 13,70^2 + \dots + 13,70^2}{11} \cong 188,69 \dots \text{ m}^2$$

$$\sigma = \sqrt{\langle L^2 \rangle - \langle L \rangle^2} = \sqrt{188,69 - 13,736^2} \text{ m}$$

$$\sigma = 0,12 \dots$$

$$\Rightarrow L \pm \Delta L = (13,7 \pm 0,1) \text{ m.}$$