Cinemática

É o ramo da física que estuda o movimento dos corpos, sem se preocupar com a causa destes movimentos.

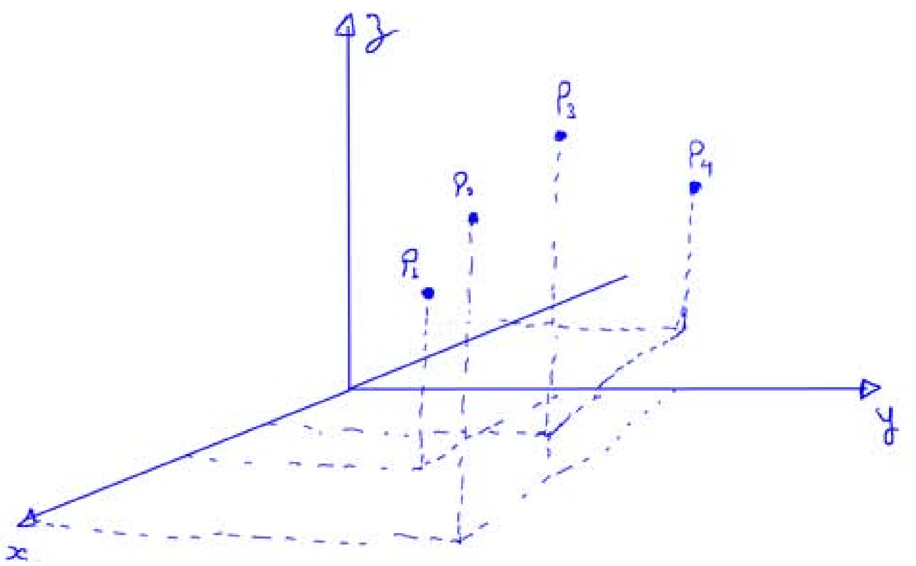
Visão geral do movimento.

Em princípio vamos considerar o movimento tridimensional de uma partícula. Translação de objetos extensos pode ser considerada como a translação de seu centro de massa, ou seja, como se fosse uma partícula de massa equivalente ao objeto extenso que estivesse situada no centro de massa.

Vivemos em um espaço tridimensional. O que significa isso?

Significa que qualquer movimento pode ser descrito por três eixos coordenados linearmente independentes.

Exemplo:



Dois eixos não são suficientes para descrevermos qualquer tipo de movimento.
Quatro eixos não são necessários (e nem possíveis de serem desenhados) para a descrição.

Conclusão, vivemos em um mundo tridimensional.

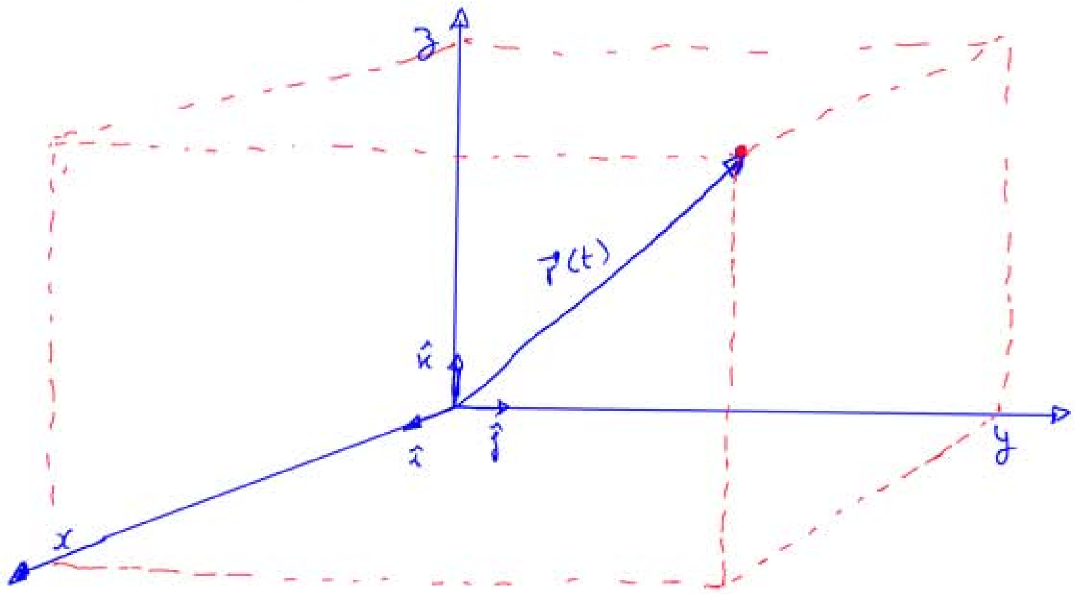
A posição de escrita na forma:

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{\jmath} + z(t)\,\hat{k}$$

$\vec{r}(t)$ é o vetor que localiza a partícula no espaço.

$\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ e $\hat{k}$ são vetores unitários apontando, respectivamente, nas direções dos eixos coordenados x, y e z.

Exemplo:



obs: A variável t é comumente utilizada para denotar o tempo, pois de uma forma mais geral a posição pode mudar com o passar do tempo, ou seja, as coordenadas dependem do tempo.

Vamos começar abordando o caso mais simples, o movimento retilíneo.

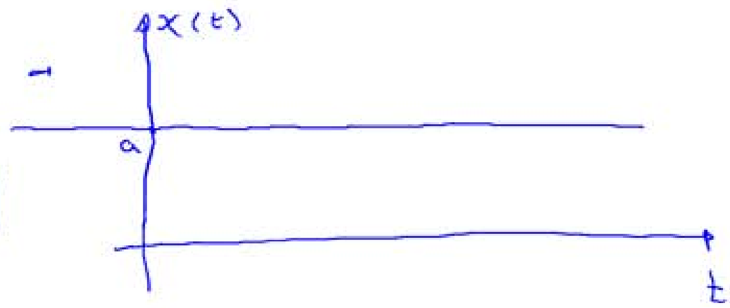
Vamos supor um movimento onde apenas a coordenada x varia com o tempo. Adicionalmente, vamos situar a partícula sobre o eixo x. Isso significa que y(t)=z(t)=0 para todo t.

$\Rightarrow \vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath}$

$x(t) = a = cte$

→ Partícula em repouso

$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} = a\,\hat{\imath}$

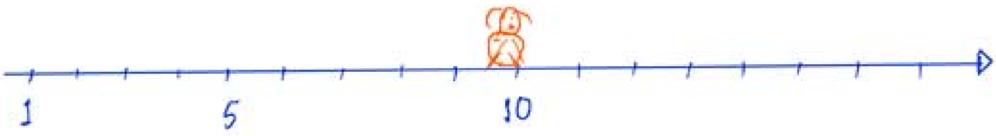


A representção gráfica do movimento não é de intuição óbvia. Isso se dá porque utilizamos um eixo espacial e um temporal e desenhamos os dois eixos em um espaço bidimensional. Mas o tempo está em uma dimensão abstrata, ou seja, o tempo nao é espaço.

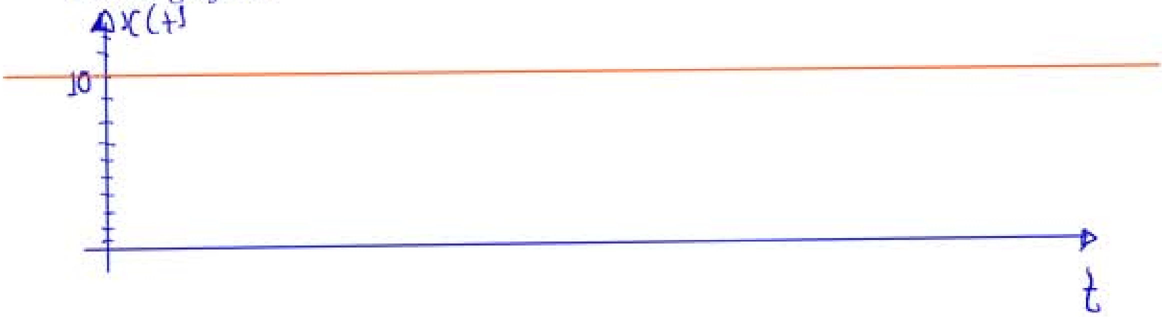
Exemplo:

Vamos considerar um cachorro em repouso na posiçao x=10m, e vamos representar este movimento na forma natural (intuitiva), na forma gráfica (menos intuitiva) e na forma matemática.

Forma natural.



Forma gráfica:



Forma matemática:

$x(t) = 10\,m$ ou $\vec{r}(t) = 10\,m\,\hat{\imath}$

— " —

Movimento retilineo :

No exemplo anterior consideramos um objeto repousando em uma posição. Definimos, portanto, posição que é denotada por x(t). Nesta parte começamos a estudar a mudança temporal da posição.

Definições:

Velocidade média -

Quando um objeto muda sua posição de um ponto $x_0(t_0)$ para $x_f(t_f)$ isso se dá em um intervalo de tempo $\Delta t = t_f - t_i$. "$x_f - x_i = \Delta s$"

Define-se v_m como:

$$v_m = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Note que por esta definição não temos qualquer informação acerca dos acontecimentos entre os momentos t_i e t_f *, ou seja, não importa se durante o trajeto houve momentos de maior ou menor rapidez, se houve uma única rapidez etc... só o que interessa são os extremos.*

Para o caso particular quando a velocidade é a mesma em todo o instante temos que:

$$v_m = \frac{\int_{t_0}^{t_f} v(t)\, dt}{(t_f - t_0)} \quad ; \text{ como } v(t) = cte \equiv v_0$$

$$v_m = v_0 \frac{\int_{t_0}^{t_f} dt}{t_f - t_0} = v_0$$

$$v_m = v_0$$

Definindo $x_f \equiv S$, $x_i = S_0$, $t_i = 0$ e $t_f = t$

$$\rightarrow \quad v_0 = \frac{S - S_0}{t}$$

$$\rightarrow \boxed{S = S_0 + v_0 t}$$

como a velocidade é constante, o movimento permane uniforme, logo:

A equação acima descreve um movimento que e retilíneo e tem rapidez constante. É definido como movimento retilíneo uniforme.

Exemplo:

Um automóvel viaja 40km numa estrada retilínea, à velocidade de 30km/h. Depois, percorre mais 40km no mesmo sentido com uma velocidade de 60km/h. (a) Qual a velocidade média do carro nesses 80km de viajem? (b) Qual a velocidade escalar média? (c)Trace o gráfico x versus t para ambos os casos e indique como a velocidade média é encontrada (d) Obtenha o tempo que durou a viagem, trace um gráfico da velocidade instantânea versus t, calcule a área abaixo da curva e analise o resultado.

Solução:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad \Delta S = 80\,Km$$

$$\Delta t = ?$$

$$\Delta t_t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \left(\frac{40}{30} + \frac{40}{60}\right)\frac{Km}{Km/h}$$

$$\Rightarrow V_m = \frac{80}{\left(\frac{40}{30} + \frac{40}{60}\right)} \frac{\cancel{Km}}{\cancel{Km}} \frac{Km}{h}$$

$$V_m = \frac{80.60}{80+40}\ Km/h$$

$$V_m = \frac{4800}{120}\ Km/h$$

$$V_m = 40\,Km/h$$

"PQ não deu a média das velocidades?"
45 Km/h.

Não deu a média pq a definição de velocidade média é temporal e não espacial. No trecho em que o movimento estava com v=30km/h o tempo gasto para percorê-lo foi maior, puxando a média para mais perto de 30, que de 60.

(b) *Velocidade escalar média e dada por*

$$V_{em} = \frac{\text{distância total percorrida}}{\text{tempo gasto}}$$ {não importa o sentido.}

$\Rightarrow$ Neste caso, por acasso, $V_{em} = \frac{80}{2} = 40\,Km/h$, coincide com V_m, isso porque o sentido não é alterado.

(c) $x(t) = x_1(t)$ no trecho 1

e $x(t) = x_2(t)$ no trecho 2

no trecho 1 o tempo gasto foi $t_1 = \frac{40}{30} h = 1{,}333 h$

" " 2 " " " foi $t_2 = \frac{40}{60} = 0{,}666 h$

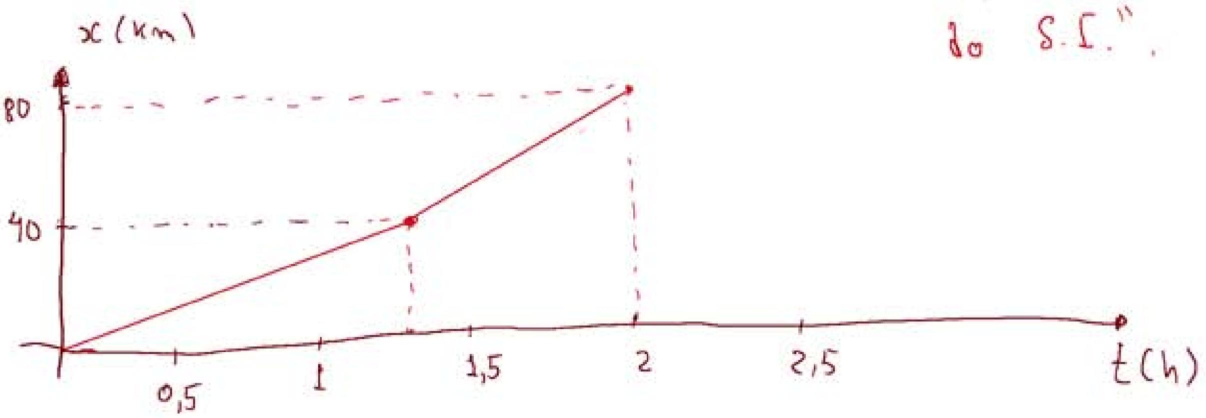
como $v = cte$ em cada trecho temos:

$x(t) = 0 + 30 \cdot t$ se $0 < t \leq 1{,}33$

e $x(t) = x(1{,}33) + 60 \cdot t$ se $1{,}33 < t \leq 2$

$x(1{,}33) = 30 \cdot 1{,}33 = 40 Km$

"Refazer usando unidades do S.I.".

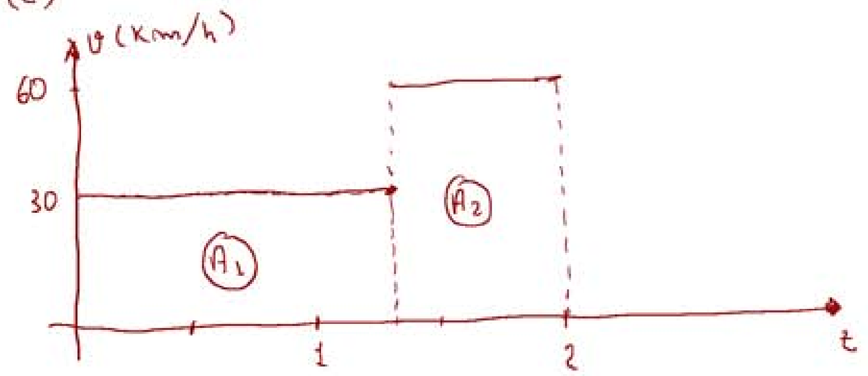


Observe que maior velocidade está associada com maior inclinação da curva x(t).

$V_m = \frac{80 \ Km}{2 \ h} = 40 Km/h$

—·—

(d)



$A = A_1 + A_2 = 30 \cdot 1{,}333 + 60 \cdot 0{,}666$

$A \doteq 80 Km$

que é a distância percorrida